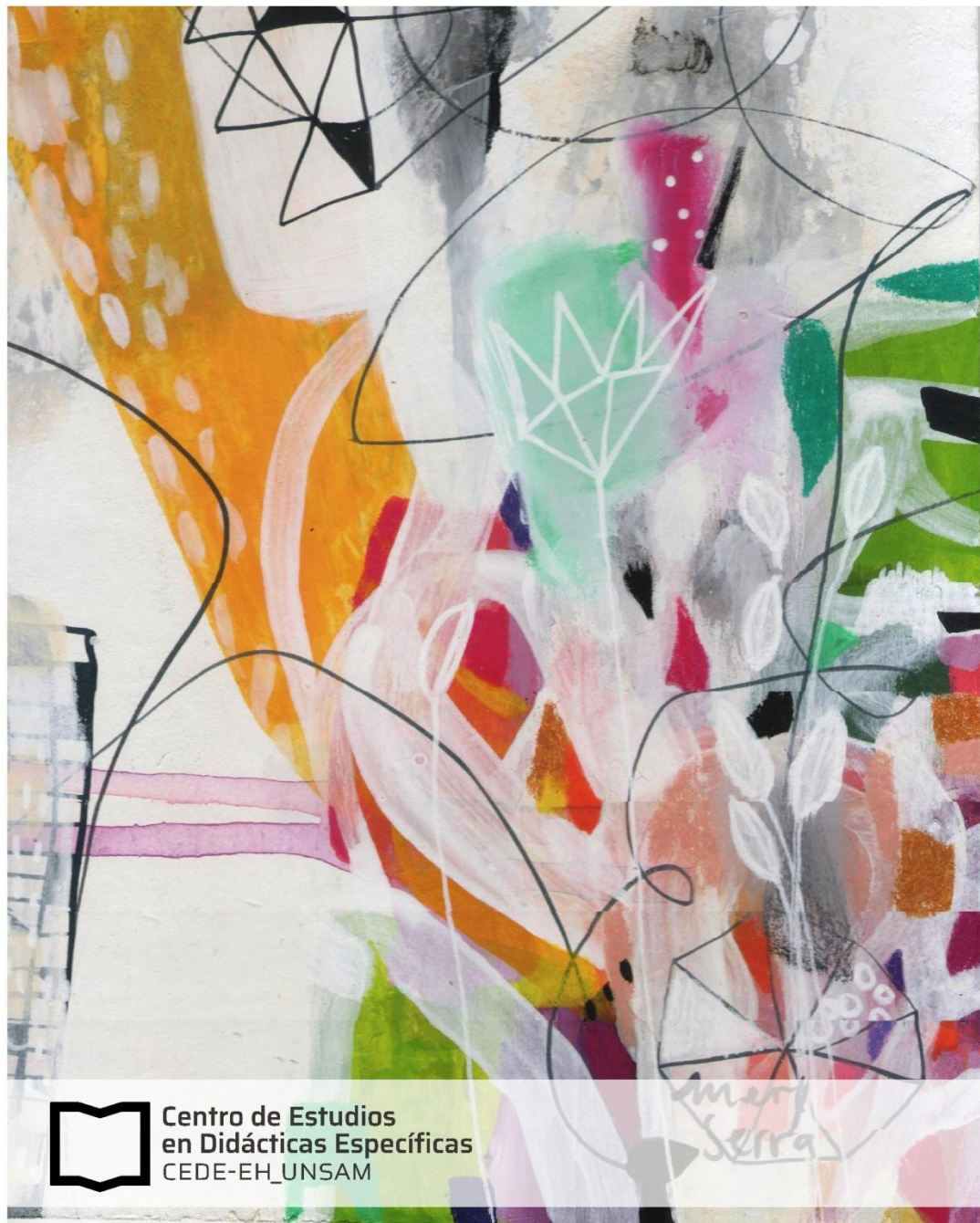


EN CLAVE DIDÁCTICA

ISSN 2718 - 7322

Año II, Nº2

Revista de investigación y experiencias didácticas



Centro de Estudios
en Didácticas Específicas
CEDE-EH_UNSAM

EN CLAVE DIDÁCTICA

***Revista de investigación y experiencias didácticas del
CEDE-LICH- UNSAM***

**Año II – Nº 2
Noviembre 2021**

ISSN: 2718 - 7322

Staff

Dirección: *Gema Fioriti y José Vilella*. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Coordinación General: *Rosa Ferragina*. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Equipo Editorial

Alejandra Almirón. Programa de Estudios Didácticos. Instituto de Estudios Iniciales. Universidad Nacional Arturo Jauretche / Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Fernando Bifano. Programa de Estudios Didácticos. Instituto de Estudios Iniciales. Universidad Nacional Arturo Jauretche/ Docente e Investigador del Instituto de Investigaciones CeFIEC, Didáctica de la Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA

Adriana Calderaro. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Lucía Iuliani. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Leonardo Lupinacci. Programa de Estudios Didácticos. Instituto de Estudios Iniciales. Universidad Nacional Arturo Jauretche/ Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Héctor Pedrol. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET.

Victoria Güerci. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Consejo Asesor

Ana María Bach. Museo de la Mujer. Buenos Aires. Argentina.

Nora Bahamonde. UNRN. Río Negro. Argentina.

(†) *José Carrillo Yañez*. UHU. Huelva. España.

Luis Carlos Contreras González. UHU. Huelva. España.

Carolina Cuesta. UNIPE- UNLP. Buenos Aires. Argentina.

Alejandra De Gatica. UNSAM. Buenos Aires. Argentina.

Nancy Fernández Marchesi. UNTDF. Tierra del Fuego. Argentina.

Lucas Krottsch. UNLA. Buenos Aires. Argentina.

Gabriela Leighton. UNSAM. Buenos Aires. Argentina.

Marta Negrin – UNS - UNTDF. Buenos Aires/Tierra del Fuego. Argentina.

Gabriela Pirolo. Dirección de Escuelas. Buenos Aires. Argentina.

Mabel Scaltritti – UBA. Buenos Aires. Argentina.

Mónica Schulmaister. Investigación Educativa. Universidad Autónoma de la ciudad de México.

Jorge Steiman. UNSAM- UNLZ. Buenos Aires. Argentina.

Hilda Weissman. Asesora en comunicación y educación ambiental. Buenos Aires. Argentina.

Esta revista provee acceso libre inmediato a su contenido bajo el principio de que hacer disponible gratuitamente investigación y experiencias didácticas al colectivo docente, apoya a un mayor intercambio de conocimiento global. A las y los usuarios se les permite leer, descargar, distribuir, imprimir, buscar, reproducir parcialmente o hacer un link a los textos sin pedir autorización previa a la editora o al/la autor/a, siempre que se cumpla la licencia Creative Commons Atribución (by). Se permite cualquier explotación de la obra, incluyendo la explotación con fines comerciales y la creación de obras derivadas, la distribución de las cuales también está permitida sin ninguna restricción. En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia será necesario reconocer la autoría (obligatoria en todos los casos). El equipo editorial no se hace cargo del contenido de los artículos, cuya responsabilidad corresponde a sus autores debidamente identificados.



Créditos:

Coordinación editorial: Rosa Ferragina

Imagen de tapa: ©Mariana Serra. Obra de tapa “Los juegos”

Diseño de Tapa: Laura Dos Santos (Equipo de Comunicación EHU de la UNSAM)

Contacto: enclavedidactica@unsam.edu.ar

Ubicación: UNSAM, Campus Miguelete, calles 25 de Mayo y Francia

Dirección postal: Martín de Irigoyen 3100. Ciudad/Localidad: San Martín (1650). Prov. Bs. As.

ISSN: 2718- 7322

EDITORIAL

5

INVESTIGACIONES DIDÁCTICAS

Perspectivas de la enseñanza de la lengua y la literatura en los documentos de política pública. *María Oviedo, Matías Perla, Virginia Verdugo, Fernanda Ronconi* (Argentina) 7

Simulación en la enseñanza de la Protección Radiológica. *Carlos G. Einisman* (Argentina) 23

EXPERIENCIAS DIDÁCTICAS

Complementariedad entre geometrías sintética y analítica. El caso de las rectas tangentes a una circunferencia. Una propuesta para la enseñanza secundaria. (Trabajo final del Diploma en Enseñanza de la Matemática Nivel Primario/Nivel Secundario-Cohorte 2020). *María Contadín, Karina Lacaria* (Argentina) 33

Enseñar matemática a través de su historia: la falsa posición egipcia para resolver ecuaciones de primer grado en la escuela secundaria. (Licenciatura en Enseñanza de las Ciencias- Orientación Matemática – UNSAM- Cohorte 2015). *Juan M. Duche* (Argentina) 43

La retroalimentación formativa en las clases de matemática en la escuela primaria: un puente entre la enseñanza y los aprendizajes. *Gema Fioriti, Cecilia Cancio, Laura Esperon, Dora Uberti* (Argentina) 55

RESEÑAS BIBLIOGRÁFICAS

¿Por qué *Ana Isabel Iglesias* nos invita a leer el libro “**La comprensión de la física en la escuela media**” editado por UNSAM Edita – Miño y Dávila? 65

¿Por qué *Stella Maris Muiños de Britos* nos invita a leer su libro “**Redes, puentes y vínculos entre la universidad y las escuelas secundarias**” editado por UNSAM Edita? 66

TESIS DIDÁCTICAS

Carlos R. Pérez Medina comparte un resumen de su **tesis de Doctorado: Prácticas matemáticas y tipos de razonamientos con SGD para la congruencia de triángulos: un estudio de caso desde la génesis instrumental.** (Argentina) 67

POLÍTICA EDITORIAL

69

Un interrogante siempre presente en el discurso escolar, es el referido al modo en que se despliega la creatividad en el aula. Hace más de dos mil años, Platón se refería a esa cualidad de la acción humana, como una inspiración divina: “*Un poeta es algo luminoso, alado y sacro y nunca capaz de componer hasta que se torna inspirado [...] porque no se expresa por obra del arte, sino gracias al poder divino*”¹. ¿Somos las y los docentes seres inspirados divinamente? ¿Somos las y los docentes personas que nos formamos para desarrollar la creatividad y ponerla al servicio de nuestra profesión?

Leonardo da Vinci fue un gran creativo y, como tal, erraba. Pero aparecía a los ojos de quienes compartían con él sus creaciones, como alguien perspicazmente equivocado: su idea acerca de cómo volar fue errónea, sin embargo, los fundamentos en que se apoyó, fueron ejemplares. ¿Debemos aceptar nuestros yerros profesionales independientemente de sus fundamentos? ¿Son los fundamentos de nuestras ideas, los que nos amparan frente a las decisiones profesionales poco acertadas que podamos asumir?

Creemos que, como docentes, como profesionales de la enseñanza, lo más sorprendente de nuestra creatividad puesta al servicio de nuestras clases, no estriba en las conclusiones, ni en los resultados que alcanzamos. Los resultados son importantes, pero más lo son los caminos que seguimos para lograrlos. Las búsquedas de analogías para reconsiderar un problema profesional que se nos torna enigmático, nos permitirían encontrar una solución inesperada: ahí radica nuestro ser creativo, único, original. Es así como reflexionamos sobre las prácticas de la enseñanza y contribuimos, a partir de ese análisis, a aportar a la escuela y colegas, distintas formas de comprender la realidad de la enseñanza.

En este número de En Clave Didáctica, compartimos trabajos que, abarcando varios niveles de enseñanza y diferentes disciplinas, nos dan ideas probadas y fundadas, acerca de creaciones para mejorar las prácticas. Sus contenidos nos permiten contextualizar decisiones en políticas educativas; discernir entre describir un concepto y estudiarlo en las aulas de nivel secundario y universitario; pensar cómo una pregunta o un comentario, ayuda a quien aprende a tomar decisiones y ratificar o rectificar proyectos diseñados para resolver problemas planteados; visitar la historia para adentrarnos en otros formatos de resolución para comparar, leer formas diversas de argumentar, compartir caminos distintos de producción de conocimientos.

Pensamos que con este número de la revista ofrecemos a las y los lectores, herramientas para que puedan generar espacios creativos de desarrollo profesional, lugares de la creación a los que hacemos llegar ideas, sugerencias, materiales que, les permitan mejorar sus prácticas profesionales.

Asumimos este número de En Clave Didáctica con el sentido del *aquí* elegido por Saramago para que caigan las piedras:

Aquí la piedra cae con sonido distinto

Porque el agua es más densa, porque el fondo

Se asienta firmemente en los arcos

Del horno de la tierra.

*Aquí se refleja el sol y roza la superficie
Una rojiza canción que el viento esparce.
Desnudos en la orilla, encendemos convulsos
La hoguera más alta.
Nacen aves en el cielo, los peces brillan,
Toda la sombra se fue, ¿qué más nos falta?*²

Lo pensamos así pues, nos hacemos cargo de esa canción que se escucha en la orilla de un suelo firme, cuya melodía viene dada por los sonos de las didácticas específicas que reflejamos en las páginas de esta revista.

Su color rojo nos augura pasión, esa misma que ponemos al enseñar y que nos permite pensar, creativamente, en que somos artífices, aunque minúsculos, del nacimiento de nuevas aves, de peces brillantes.

No nos vanagloriamos por los resultados, ni nos amparamos en los fundamentos para justificarnos. Cerramos el número pensando: ¿cómo continuamos colaborando en la mejora de las prácticas de la enseñanza?

Referencias

¹Platón, *Ion*, 534 en Edith Hamilton y Huntington Cairns (comps.) (1961), *The collected dialogues of Plato*, Princeton, New Jersey, Princeton University Press. Tomado de la traducción al castellano: *Ion, Diálogos*, tomo 1, Madrid, Gredos, 2000 pp.23)

² Poema "Aquí la piedra cae" de José Saramago. En Saramago, J. (2005). *Poesía Completa*. Buenos Aires. Alfaguara. Pp. 469.



Perspectivas de la enseñanza de la lengua y la literatura en los documentos de política pública

María I. Oviedo, Matías A. Perla, Virginia Verdugo, Fernanda Ronconi

Universidad Pedagógica Nacional (UNIPE)

Nadia González, *Estudiante del Profesorado de Educación Primaria de UNIPE y becaria CIN-IVC*

Resumen

Este trabajo indaga las perspectivas teóricas y metodológicas de la alfabetización y la enseñanza de la lengua y la literatura que se encuentran presentes en los documentos de política educativa para la formación docente inicial y permanente para educación primaria, tanto a nivel nacional como de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (CABA) y de la provincia de Buenos Aires. Para ello, retomamos el concepto de “encastre” elaborado por Cuesta (2011, 2019) que refiere al solapamiento en la didáctica específica de tres líneas: *psicogénesis* que apoyada en la epistemología genética de Piaget entiende la alfabetización como un proceso de “construcción” del conocimiento de la lengua escrita por parte de los niños y, por lo mismo, sitúa el papel del docente como mediador más que como enseñante; el *cognitivismo textualista*, denominación que la autora otorga a un conjunto de teorías cognitivas y lingüísticas que propone entender el aprendizaje a partir de modelos de procesamiento de la lectura y la escritura; y, finalmente, la *didáctica sociocultural* que enfatiza la relación entre los lectores y los textos literarios preferentemente por fuera del espacio escolar en tanto en este no se propiciaría una relación adecuada con la literatura. Nos propusimos realizar una indagación que nos permitiera dar cuenta del estado de los saberes pedagógicos (Rockwell, 2009) dentro del área de la lengua y la literatura y sus reconfiguraciones actuales porque entendemos que el conocimiento didáctico se produce en relación y en tensión con estas orientaciones oficiales.

Palabras Clave: Formación Docente. Lengua y Literatura. Perspectivas. Política pública.

Introducción

En este trabajo¹ indagamos acerca de las perspectivas teóricas y metodológicas de la alfabetización y la enseñanza de la lengua y la literatura que se encuentran presentes en los documentos de política educativa para la formación docente inicial y permanente para educación primaria, tanto a nivel nacional como de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (CABA) y de la provincia de Buenos Aires. Consideramos que los lineamientos curriculares propuestos a partir de las dos últimas leyes de educación (Ley Federal de educación, 1993; Ley de Educación Nacional, 2006)

¹ Se trata de un proyecto llevado adelante por los autores de este artículo dentro de la Programación Científica UNIPE 2018-2019 (Resolución C.S N°52/2018).

supusieron la incorporación de conceptualizaciones provenientes de distintas perspectivas. Nos propusimos realizar una indagación que nos permitiera dar cuenta del estado de los saberes pedagógicos (Rockwell, 2009) en alfabetización, lengua y literatura porque no hallamos en la bibliografía disponible trabajos que sistematizaran este problema específico en los documentos de política pública. Consideramos necesario este relevamiento porque entendemos que el conocimiento didáctico se produce en relación y en tensión con estas orientaciones oficiales.

Recuperamos el concepto de “encastre” de *perspectivas* acuñado por Carolina Cuesta (2011, 2019) con el que la autora da cuenta de “aparejamientos, coincidencias y hasta alianzas” (2019, p.25) entre tres líneas presentes en la disciplina escolar lengua y literatura en las últimas décadas, a saber: *psicogénesis de la lectoescritura*, *textualismo cognitivista* y *enfoque sociocultural*. Son estas perspectivas que se encuentran encastradas en algunos de los lineamientos de las políticas de formación docente para educación primaria, más allá de que en este nivel educativo sean relevantes en forma particular los *enfoques en alfabetización inicial* que presentan sus particularidades, principalmente en lo referido a qué líneas de la psicología experimental priorizan para sus propuestas. En este trabajo de indagación sobre lo documentado definimos como *métodos* aquellos abordajes de la enseñanza que anclan en la historia de la disciplina escolar lengua y literatura con su particular inflexión en el nivel educativo primario, esto es la enseñanza de la lengua escrita como fue creada por los maestros y de la que algunos aspectos se conservan en la cultura escolar (Juliá, 2001). Llamamos, por otra parte, *enfoques* a un conjunto de ensamblados teóricos -con destacada presencia de la psicología experimental- con producciones didácticas realizados con el fin de incidir en la política pública y llevados adelante por *expertos* (Suasnábar, 2004; Cuesta, 2011, 2019).

A la revisión de documentos de orientación del trabajo docente y los currículos de formación inicial de maestros en provincia de Buenos Aires y CABA, sumamos posteriormente documentos destinados a la formación permanente de docentes, en tanto advertimos que conforman circuitos que se retroalimentan, es decir, formación inicial y permanente, comparten núcleos de sentido que suelen reenviarse mutuamente. Así, recuperamos los documentos que orientan el trabajo de los maestros bibliotecarios como también los de un eje transversal a todo el sistema educativo como es la Educación Sexual Integral (ESI). Es decir, vimos necesario observar el entramado de la formación docente con la incidencia de otros programas y agentes. A partir de esta indagación notamos que ciertas orientaciones que se hacen presentes en la enseñanza de la lengua y la literatura en las dos últimas décadas presentan continuidad con políticas gestadas en las décadas del '70 y '80 y con la progresiva incidencia de los organismos internacionales que se manifiesta muy claramente en el *enfoque de competencias* y en los lineamientos propuestos por UNESCO a partir del Informe Delors (1997), esto es, el *aprender a aprender*, lo que significa una ruptura con las formas de entender la enseñanza en tanto transmisión de contenidos significativos de cada cultura nacional. Por el contrario, se imponen lineamientos tecnocráticos que demandan de un docente mediador que *promueva* actividades.

Con estos elementos arribamos a comprender que las perspectivas encastradas que había estudiado Cuesta (2011, 2019), se encuentran presentes en los enfoques para la alfabetización inicial: *psicogénesis de la lectura y la escritura* –ya estudiados por la autora-, el enfoque de *conciencia fonológica* y el enfoque *equilibrado*. Particularmente, dentro de los saberes pedagógicos que tramitan, los tres enfoques tienen en común el

recurso a las investigaciones de la psicología cognitiva referida a los *procesos de lectura* (Solé, 1992) y a los *procesos de escritura* (Hayes y Flowers, 1996). A su vez, en sus orientaciones didácticas recuperan-la mayor parte de las veces sin reconocerlo-un repertorio de recursos generados por los docentes históricamente, ya sean de carácter sintético, analítico o global (Braslavsky, 2014 [1985]). En ese sentido, Díaz Barriga (1997) sostiene que las nuevas perspectivas didácticas más progresistas-en las que comprendemos a los enfoques- buscan el reposicionamiento del docente, pero no a través de la “recuperación histórica de su papel como intelectual ni mediante los modelos de investigación que pueden rescatarse en una historia del campo de la didáctica” (p.115) y que implicaría procedimientos de reflexión sobre la enseñanza, realización de experiencias metodológicas planificadas y, posteriormente, reflexión sobre esas experiencias. Este “borrón y cuenta nueva” que parecen propiciar los enfoques no establece un diálogo con la cultura escolar al no reconocer los aportes dentro de sus construcciones metodológicas de las creaciones históricas de los docentes. Dentro de este panorama general, encontramos algunas diferencias entre las orientaciones nacionales, provinciales y de CABA. Sin embargo, resulta indispensable reconocer la incidencia de este último como “distrito faro”, es decir, como lugar privilegiado de experimentación que luego –con matices- se replican en otros distritos. De esta manera, nos parece adecuado comenzar la presentación de nuestros hallazgos describiendo con mayor minuciosidad las líneas significativas presentes en la política pública para la enseñanza de la lengua y la literatura en CABA, para posteriormente referirnos a los otros distritos y agentes para observar las recurrencias.

Documentos de política pública en Capital Federal-CABA

Nuestro relevamiento documental abarca un período temporal que inicia en 1979 y culmina en 2020. En tanto se conforma un ciclo de políticas (Ball, 2002 [1994]), diferenciamos tres períodos en función de las especificidades que hacen a la historicidad de cada uno de ellos. Cada uno de los tres períodos a los que denominamos *trayectos* del ciclo de políticas comporta documentos específicos que detallamos al final del informe.

Iniciamos con el *Período 1979-1983*. Respecto del contexto de influencia local, en 1978 se crea la Secretaría de Educación de la Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires, proceso que deriva de la descentralización de la gestión educativa nacional y que transfiere a la órbita municipal el sistema educativo. En este marco tiene lugar el contexto de producción que se condensa en dos grandes hitos. En primer lugar, se halla en 1979 el desarrollo de una propuesta de capacitación para docentes que se extiende hasta 1982. Se trata del Programa de Capacitación y Apoyo al Docente (en adelante, PROCAD) que aporta líneas de trabajo sobre Lengua y Didáctica de la Lengua que merecen ser atendidas para poder comprender las continuidades y variaciones de las historicidades posteriores. En segundo lugar, a fines de los setenta y principios de los ochenta se pone en marcha un proceso de *determinación, estructuración* formal y *desarrollo curricular* (De Alba, 1995) que implica la confección y puesta en vigencia del Diseño Curricular de la Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires (en adelante, DC MCBA [1981]). Parte de los lineamientos que conforman los documentos del PROCAD se integran luego al DC MCBA (1981) en el área Lengua manteniendo la continuidad en las definiciones curriculares del área Lengua y sus diferentes denominaciones en las décadas posteriores

De acuerdo con las concepciones de *lengua* y *lenguaje*, los documentos del programa parecen orientarse favorablemente a la consideración del lenguaje, tanto para establecer la denominación del área como para organizar jerárquicamente los contenidos y el diseño de la enseñanza. Así, “lengua” asociada a “sistema” es subsidiaria del “lenguaje” -emparentado con “comunicación”- de modo tal que el segundo es el que justifica una racionalidad particular de la configuración del área: el “doble enfoque del lenguaje” subsume el “estudio sistemático de la lengua y el discurso” a la “comunicación eficaz”. Para lograrlo, el “aprendizaje” es significado como aspecto central y concebido conceptualmente en términos *piagetianos*. En la medida en que la comunicación no se reduce a la literatura, hacen ingreso al área curricular distintos géneros, y con ellos se trabajan la “producción” (escritura), “comprensión” (lectura) y “expresión oral” (oralidad). Ahora bien, los documentos focalizan los aspectos relativos al “conocimiento” tanto lingüístico como literario, en un sentido de “dominio y disponibilidad” por parte del maestro. Subrayamos tres aspectos que hacen a la centralidad de la propuesta de política educativo-curricular para la formación de maestros: primero, el énfasis puesto en la “comprensión” (lectura) y la “expresión/producción de discursos” (escritura), luego, el desplazamiento de la enseñanza de la lengua a la enseñanza del “lenguaje” y, por último, el foco en la comunicación. Se trata, sin dudas, de un antecedente claro, como decíamos, de los ejes a partir de los cuales se han promovido lineamientos generales del área curricular en las últimas cuatro décadas, con sus variaciones correspondientes, a precisar y delimitar.

Durante el *Período 1984-1989* un proceso análogo al PROCAD-DC MCBA (1981) se produce entre los módulos de Lectoescritura inicial para una Escuela de la Democracia (en adelante, LIED) producidos entre 1985 y 1989 bajo la autoría de Berta Braslavsky. Estos recuperan y amplían, pero también resignifican o modifican aspectos presentes en las definiciones de los documentos del período previo. Nos concentraremos en el análisis de las orientaciones centrales de los documentos LIED y sus posibles enlaces con la propuesta general del DC MCBA (1986). Los primeros módulos presentan definiciones acerca del “lenguaje”, la “lengua”, la “lectura” y la “escritura” que se retoman para vincularlas con el trabajo docente de enseñar y se sitúa la comunicación como eje vertebrador del área. A su vez, impugna que la “didáctica de la lengua” se acote a las “descripciones gramaticales”. En este sentido, el documento asigna significados de *orientación positiva o negativa a ciertas acciones de enseñanza*, funcionando como control simbólico y buscando la implicación del docente. Ingresaba la proposición “práctica de situaciones reales de comunicación” que revela una continuidad en las políticas curriculares en tanto reenvía a definiciones vehiculizadas por organismos internacionales que, a fines de los setenta, ponderaban la “práctica del lenguaje”. De acuerdo con el sostenimiento de la orientación comunicativa del área Lengua, se categoriza como “hechos lingüísticos” el “hablar, escuchar, leer y escribir” que vuelven a reenviar a las precisiones del DC MCBA (1981), acerca del eje de la “comunicación oral y escrita”. Sin embargo, como variación de los documentos de política previamente analizados, se destaca la pormenorización en -entre otros- las diferencias entre la lengua oral y escrita o la delimitación de tres campos de estudios lingüísticos: la sociolingüística, la psicolingüística y la neurolingüística. En este sentido, los módulos de LIED proveen explicaciones a los docentes de las propias áreas de estudios lingüísticos, lo cual resulta otra variación en relación con las definiciones de política curricular precedentes. Sin embargo, comparten las posiciones críticas respecto de concepciones de lectura y escritura que ponen el acento en la decodificación o actividad motriz. En efecto, en los documentos de LIED (1985) se

sostiene la preponderancia asociada a la lectura y la escritura, para plantearlas como actividades cuyo sentido central son la “comprensión” y la “producción de significados”.

Estas apreciaciones en torno del sentido de la lectura y la escritura coinciden con las atribuidas en el PROCAD (1979-1980) y DC MCBA (1981) en su vínculo con la “comprensión” y “producción” de “discursos” en dichos módulos. Una de las diferencias de los módulos de LIED (1985) se encuentra en las remisiones a distintas perspectivas psicológicas -piagetianas y vygotskianas- confrontadas, más allá de que prevalezca una orientación enmarcada en estas últimas. De igual manera ocurre con las concepciones de lectura y escritura, los métodos, las líneas que expresan divergencias o convergencias en torno del aprestamiento, así como la presencia de temas que como la dislexia y las patologías del aprendizaje. Un aspecto relevante que no ha sido recuperado en desarrollos curriculares posteriores refiere a que se sintetizan diversos desarrollos teórico-metodológicos respecto de la alfabetización y no sesga la regulación en ningún enfoque o método de alfabetización exclusivo y excluyente; a su vez, se reconoce la autonomía del docente, su papel creativo para la resolución de problemas y el énfasis puesto en la formación autónoma. Gran parte de los planteos teóricos y metodológicos de LIED (1985) se recuperan en el DC MCBA (1986). La variación sustantiva respecto del diseño general del área en las políticas previas consiste en promover el desplazamiento de la regulación que se ejerce ya no sobre la acción del sujeto –“comunicación eficaz”- sino sobre el estatuto subjetivo del alumno, porque ubica en este una *competencia capaz de ser desarrollada*: la regulación no prescribe la “comunicación eficaz” como acción a alcanzar, sino en la “competencia comunicativa” como una competencia subjetiva específica a desarrollar.

A partir de la década de los noventa, durante el *Período 1993-2019*, se inicia un extenso trayecto de políticas curriculares en los cuales se consolida una reconfiguración curricular en el área Lengua. Dicho trayecto está inscripto en el ciclo iniciado en 1979, pero se ve profundizado y consolidado en sus vectores. Apoyado en la postulación de la centralidad del “conocimiento didáctico” en relación con la “didáctica de la lengua” es que se avanza de manera nítida respecto del “objeto de enseñanza” del área. Los contenidos de enseñanza son des-inscriptos de cualquier tipo de disciplina de referencia, efectuada bajo las consideraciones de la *perspectiva didáctica psicogenética* que se agencia en las definiciones de la política curricular. A partir del análisis de los documentos curriculares producidos entre 1993 y 2004 puede advertirse la correspondencia con buena parte de las proposiciones, conceptos y significados presentes en la compilación de ensayos, ponencias y artículos realizados durante la década de los noventa por parte de Lerner (2001) en *Leer y escribir en la escuela: lo real, lo posible, lo necesario*². Dicho volumen expone el contenido programático del enfoque del área que más adelante, en 1999, es denominado “Prácticas del Lenguaje”. Lerner (2001) postula que es necesario “reconceptualizar el objeto de enseñanza” en cuanto a los contenidos a ser enseñados, que dejan de ser -para y desde la iniciativa de política educativo-curricular- la “lengua escrita” para “cambiar su naturaleza” y convertirse en las “prácticas sociales de lectura y escritura” (Lerner, 2001, p. 85), nominalizadas como los “quehaceres del lector y el escritor” (p. 32) definidos como “lo que hacen los lectores y escritores” (p. 96). Se trata de una propuesta de “cambio” del objeto. En tanto se pretende formar “lectores autónomos y críticos” (p.145), “formar lectores competentes” (p. 148) y “productores de textos adecuados a la situación comunicativa” (p. 145), “ciudadanos de la cultura escrita” (p.

² Lerner, Delia (2001) *Leer y escribir en la escuela: lo real, lo posible, lo necesario*. Buenos Aires. Fondo de Cultura Económica.

85), se deriva la necesidad de considerar al “quehacer del lector y escritor” como contenidos a enseñar. A su vez, estos se desarrollan en tres “ámbitos discursivos”: el “literario”, el de los “medios de comunicación” y el de “estudio”, dado que aquellas deben satisfacer “propósitos” y “modalidades” de lectura y escritura diversas, en el marco de las “modalidades organizativas”, como los “proyectos, secuencias didácticas y actividades habituales” (Lerner, 2001, p. 140). Los proyectos (p. 127) consisten en situaciones de enseñanza que tienen un “producto final” y una “duración de entre tres y cuatro meses” lo cual permitirían leer y escribir con “propósitos”. Las secuencias didácticas persiguen un “fin puntual” y las actividades habituales implican la “frecuentación de un género”. En el Diseño Curricular de Prácticas de Lenguaje de Primer Ciclo, del año 2019 (en adelante, DC CABA PL 1C, 2019) se mantiene y profundiza el agenciamiento de la perspectiva psicogenética en las definiciones de política curricular que dicho documento moviliza.

Por último, y al revisar la proliferación de documentos publicados por el Ministerio de Educación e Innovación de CABA a través de sus organismos³ desde 2012 hasta 2019, notamos que se trata de un nuevo período de sobre determinación del discurso curricular en la construcción de una voz oficial sobre la enseñanza. Se incorporan en el tramo que va desde 2012 hasta la actualidad múltiples definiciones acerca de la evaluación. Por ejemplo, en el DC CABA PL 1C (2019) se explicitan los objetivos y metas de aprendizaje, remitiendo a una producción curricular previa (2012- 2014). En relación con estos y a propósito del dispositivo “Pausa evaluativa”, se realizan consideraciones acerca de la evaluación (DC CABA PL 1C, 2019) a partir de indicadores de lectura y escritura, algunos de los cuales se nominalizan con una sostenida referencia de la perspectiva psicogenética y de su agenciamiento en la producción curricular.

Con este breve recorrido por tres trayectos del ciclo de políticas, observamos que estas estrategias de acción de política curricular suponen tópicos, lógicas y dispositivos recursivos de formación docente. Además de actuar sinérgicamente buscan sobre determinar la regulación del trabajo docente a través de la construcción de una voz oficial con un progresivo abroquelamiento histórico y exclusión deliberada de otras perspectivas u orientaciones epistemológicas y metodológicas.

Perspectivas didácticas de la lengua y la literatura en la política pública nacional

Una cuestión central a considerar es que el último plan de estudios para la formación docente primaria que puede considerarse realmente nacional es el de Maestros de Enseñanza Básica (MEB, 1988) ya que en la década del '90 las intensas reformas fragmentaron la oferta formativa y el ministerio de educación perdió su potestad de dirigir efectivamente la formación docente al desprenderse de manera definitiva de las instituciones de todo el sistema. Entonces, hablar de una política nacional implica reconocer el alcance dispar de las orientaciones oficiales nacionales.

Otra característica que aparece vinculada es la presencia de distintas perspectivas didácticas en los documentos ministeriales, como veremos a continuación. Respecto del MEB podemos señalar que introduce en la política pública estos nuevos modos de entender la alfabetización y la enseñanza de la lengua y la literatura, en este caso, de la mano del *enfoque equilibrado* (Res. 530/88 del MEyJ). Casi una década más tarde y

³ Subsecretaría de Planeamiento e Innovación Educativa, su Dirección de Planeamiento Educativo y Gerencia Operativa de Currículum

ya con la implementación de la LFE (1993) el *enfoque psicogenético* gana terreno con el Plan Social Educativo a partir de 1995 y sus posteriores inclusiones en los planes de formación del profesorado. Se trata de una serie de documentos del Ministerio de Cultura y Educación de la Nación (MCyEN) que acompañaban como capacitación al plan⁴.

De todas maneras, resulta notable cómo a partir de los años 2000 distintos enfoques se consolidan acompañando las transformaciones educativas. Un hito lo constituye la publicación en el año 2001 de la serie “Propuestas para el aula” que tiene la particularidad respecto del área de Lengua de no poder definir una orientación única entre enfoques: se publican dos cuadernillos para el Primer Ciclo (“Lengua 1” para el enfoque psicogenético y “Lengua 1. Serie 2”, para el enfoque de conciencia fonológica). Esta resolución salomónica continuará en la década siguiente lo que permite visualizar cómo se van construyendo los circuitos de *expertise* (Suasnábar, 2004; Cuesta, 2019) en el campo de la alfabetización. El momento más importante de la relación alfabetización y formación docente en la política pública nacional está constituido por las iniciativas del INFD respecto de la investigación y a diferentes acciones que buscarán conformar “el campo intelectual de la alfabetización” (INFD, 2016, pp. 17-73): esta forma de señalar las disciplinas y autores que contribuirían a la reflexión sistematizada en torno a la alfabetización aparece en los documentos del organismo durante el período que se llevó adelante la Cátedra Nacional de Alfabetización, los Estudios Nacionales y el Ciclo de Profesionalización en Alfabetización Inicial. Inicialmente, participaron grupos de especialistas de todos los enfoques y otros, como los especialistas en literatura infantil, para posteriormente centrarse en las disciplinas y autores que aportan al armado conceptual del *enfoque equilibrado*. En este enfoque, la alfabetización es conceptualizada como la enseñanza y el aprendizaje de la *lengua escrita* por lo que se considera necesario recurrir a perspectivas más bien lingüísticas.

Así, esta toma de posición se diferencia abiertamente respecto de las llevadas adelante por la Ciudad y la provincia de Buenos Aires que, por la misma época, ya habían optado por el *enfoque psicogenético* y su correspondiente cambio de objeto. Estas diferencias de perspectivas se mantienen a través del tiempo en cuanto a política nacional para la formación docente y las jurisdicciones mencionadas. Al momento de establecerse el Plan Nacional de Formación Permanente “Nuestra escuela” (PNFD) que abarcó desde el año 2014 al 2016 y de decidirse por la implementación de los pos títulos de Especialización Superior en distintas áreas, ese debate en paridad de los especialistas que auguraba un diálogo, por lo menos, en términos de lo políticamente correcto de la Cátedra no logró desarrollarse más allá de ella. Esto se evidenció en la imposibilidad de el Ministerio de Educación de ofrecer un solo pos título nacional en alfabetización consensuado entre los especialistas de los enfoques; las disputas de campo con sus diferencias epistemológicas-didácticas y sus circuitos de *expertise* dieron lugar a la presencia de dos pos títulos en alfabetización: uno de ellos denominado Especialización Docente de Nivel Superior en Alfabetización Inicial ofrecido desde el INFD en el que prevalecieron las mismas líneas del Ciclo; y otro denominado Especialización Docente de Nivel Superior en Alfabetización en la

⁴ MCyEN. Educación General Básica. Área Lengua. Jornadas IX y X. Perfeccionamiento docente. Plan Social Educativo. 1996; MCyEN. Educación General Básica. Área Lengua. Jornadas V y VI. Perfeccionamiento docente. Plan Social Educativo. 1996; MCyEN. Educación General Básica. Área Lengua. Jornadas I y II. Perfeccionamiento docente. Plan Social Educativo. 1995.

Unidad Pedagógica orientado desde el *enfoque psicogenético*. Las cajas curriculares de ambos trayectos dan cuenta de esas diferencias de orientaciones⁵.

Respecto del *enfoque de conciencia fonológica* señalamos que no posee un gran despliegue nacional en relación con el diseño de políticas para el área, como los dos enfoques anteriores, pero logró consolidarse territorialmente en la provincia de Mendoza a partir del Programa Jurisdiccional de Alfabetización Inicial. En la web del Ministerio provincial pueden encontrarse materiales de orientación tales como “Fundamentación del Programa para el desarrollo socio-emocional, lingüístico y cognitivo infantil y de alfabetización temprana” en el que se enfatiza además de la enseñanza de la lectura y la escritura la “educación emocional” y el retorno a algunos conceptos como “maduración” vinculados al aprestamiento. De esta manera, en la fundamentación conviven un retorno a la observación de la motricidad vinculada al desarrollo cognitivo con las nuevas tendencias de las neurociencias en educación. Este aspecto de la “educación emocional” resulta central en el planteo hasta el punto que se postulan en cuanto necesarias “cinco grandes competencias” que el niño debería desarrollar, tales como: la *conciencia emocional, la regulación emocional, la autonomía emocional, la competencia social y las habilidades para la vida y el bienestar*. Es decir, no se trata ya de un proyecto de alfabetización con énfasis en la codificación, sino todo un programa que busca realizar lo que llamaremos una *nueva biopolítica de la infancia*. Esta inclusión en el proceso de alfabetización de la “educación emocional” nos hace preguntarnos cómo efectivamente se lleva adelante y qué sucede si el niño no desarrolla de acuerdo a lo que el programa espera estas *competencias*.

También hay que señalar que con el cambio de gobierno en 2016 se produjeron modificaciones en las ofertas del INFD que permitieron el ingreso de este enfoque a través de la puesta en marcha de cursos online llevados adelante por Diuk y equipo y que se siguen ofreciendo hasta 2020. Algunos de estos cursos son: “El aprendizaje del sistema de escritura”, “Introducción a la alfabetización inicial”, “La comprensión lectora en el primer ciclo de la educación primaria”. Otro avance del enfoque de conciencia fonológica en la política pública se encuentra representado por la alianza entre el Ministerio de Educación de la Nación por medio de la Secretaría de Innovación y Calidad Educativa dirigida por Mercedes Miguel y la el Instituto de Neurociencias y Educación (INE) de la Fundación INECO, en el marco del Laboratorio de Neurociencias y Educación.

Durante el año 2018 elaboraron conjuntamente la colección “Aprender con el cerebro en mente”, una serie de materiales informativos dirigidos a docentes de todos los niveles educativos que todavía se encuentran disponibles en el portal Educ.ar con la etiqueta del programa de continuidad pedagógica Seguimos educando.

⁵ El pos título Alfabetización en la Unidad Pedagógica recoge los núcleos centrales de las orientaciones didácticas del enfoque psicogenético: biblioteca del aula, lecturas y escrituras cotidianas, producciones escritas en torno a lo literario, lectura y escritura para aprender, como puede observarse en la página web en la que todavía se encuentran disponibles tanto la estructura curricular como los materiales empleados. Recuperado de <http://universidadesup.fahce.unlp.edu.ar/estructura> [Última consulta: 03/05/2020]. Por su parte, el pos título Especialización Superior en Alfabetización Inicial ofrece un recorrido por teorías diversas y puede observarse en la caja curricular cómo ese ensamblado estaría dando cuenta del enfoque equilibrado. Actualmente se encuentra disponible en el sitio web de INFD <http://nuestraescuela.educacion.gov.ar/plan-de-estudios-alfabetizacion-inicial/> [Última consulta: 03/05/2020]. y también puede consultarse en la página de uno de los ISFD que fuera sede de sus encuentros presenciales. Recuperado de <https://isfd36-bue.infed.edu.ar/sitio/especializacion-superior-en-alfabetizacion-inicial/> [Última consulta: 15/06/2020].

Provincia de Buenos Aires: de la hegemonía psicogenética a las tensiones curriculares actuales

A partir del plan de 1999 durante la LFE (1993) y su correspondiente Ley Provincial de Educación (1995) el enfoque psicogenético comienza a volverse paulatinamente hegemónico. Así, el Documento 1/96 titulado “La función alfabetizadora de la escuela, hoy” ingresa un sintagma característico de las nuevas formas de conceptualizar los contenidos del área: “enseñar los usos sociales de la lengua”. A su vez, el texto enfatiza los lineamientos para el área propios de los CBC (1995) centrados en el *enfoque comunicativo*, la *lengua en uso* y en el *texto* como unidad de sentido; también se presentan los modelos interactivos en la comprensión de la lectura y la escritura como proceso y la construcción del sistema de escritura por parte de los niños.

De esta manera, se señala que para que los niños sean “usuarios competentes de la lengua” es necesario crear otras condiciones didácticas que las que la escuela ofrece habitualmente y plantea qué características han de asumir las intervenciones docentes para tal fin: los *propósitos para la lectura y la escritura*. En ellos podemos encontrar las indicaciones para el trabajo docente que serán recurrentes hasta nuestros días, por ejemplo, la *lectura por objetivos*, y la *escritura como proceso*, condensado en el *uso de borradores*, es decir, la línea del procesamiento de la información, el enfoque cognitivo que también se encuentra presente en distinto grado en los otros enfoques en alianza con las orientaciones del enfoque por competencias.

En el Documento 1/97 “Lectura y escritura. Diversidad y continuidad en las situaciones didácticas”, se expresan otras constantes del enfoque tales como *leer y escribir variedad de textos*, *leer y escribir con distintos propósitos*, *leer y escribir para diversos destinatarios*, *leer y escribir desplegando distintas acciones frente a los textos* (equivalentes a los *quehaceres* de Lerner (1998): leer, escuchar leer, recomendar lecturas, comentar y opinar sobre lo leído, seleccionar y elegir qué leer...; escribir, dictar, copiar, reescribir, revisar...; resumir, citar, parafrasear, expandir un texto, leer para resolver problemas como escritor...). Este documento cuenta con el anexo “Leer y escribir desplegando distintas acciones frente a los textos: Escribir por sí mismos; planificar, revisar, reescribir”.

Estas orientaciones didácticas se acompañan con ejemplos de escrituras infantiles no convencionales de niños siguiendo las recomendaciones que se explicitan en ese anexo. Se indica a los docentes que por más que los niños no puedan escribir convencionalmente, igual lleven adelante las acciones propuestas porque, además del sistema de escritura del que se irán apropiando conforme avancen en estas prácticas de escritura, dichas situaciones propician que construyan un saber sobre la lengua escrita y pongan a jugar conocimientos que ya han incorporado. A saber, la forma que asume el lenguaje escrito en tanto texto que posee características de organización del lenguaje específica: en los ejemplos ofrecidos, los niños logran estructurar una receta y una nota enciclopédica atendiendo a esas superestructuras textuales, más allá de que la escritura sea silábica sin valor sonoro o silábico-alfabética.

Esto estaría demostrando que los niños *comprenden la escritura con su valor comunicativo* más allá de que no dominen totalmente el sistema de escritura. A partir de esta época inaugural en distintos documentos se irán proponiendo formas de organización de las “situaciones de lectura y escritura” y aspectos relevantes para las nuevas formas de entender la intervención didáctica como, por ejemplo, la importancia de llevar adelante “La biblioteca del aula” (Dirección de Educación General Básica, 2001). Este documento, además, consigna un listado de material teórico recomendado para la formación docente entre los que se refieren autores como Graciela Montes

(1993, 1999) y Michel Petit (1999), cuestión que nos muestra un temprano indicio de encastres de autores y perspectivas (Cuesta, 2011, 2019).

El estilo de enunciación propio de prácticas del lenguaje comienza a desarrollarse entonces durante LFE (1993), así contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales resultan de difícil diferenciación en tanto se tornan *quehaceres del lector y del escritor* y alcanzan su nivel más alto con DCP (2008). En provincia de Buenos Aires, los diseños curriculares para la educación primaria en el área también ahora de Prácticas del Lenguaje son elaborados por las mismas especialistas de los diseños de CABA, con leves variaciones en las conformaciones de sus equipos. Se trata de la consolidación de los especialistas que convierten a estos documentos de política pública en *documentos de autor*. Las anticipaciones que había realizado el enfoque desde la LFE (1993) tienen la oportunidad de ser explicitadas y sofisticarse en el documento. Respecto del cambio de objeto, el texto prescrito no ofrece explicaciones exhaustivas, solo el señalamiento de que se “privilegia como objeto de enseñanza las prácticas mismas -hablar y escuchar, leer y escribir- sobre los contenidos lingüísticos escolares -sustantivo, oración...”.

El eslogan clásico del enfoque tiene lugar también en esa breve fundamentación cuando señala que “Toda práctica se adquiere ‘en la práctica’” (DCP, Primer Ciclo, 2008, p.33). En un párrafo que forma parte de la introducción al diseño para el área (DCP, Primer Ciclo, 2008, p.93) tenemos condensadas las ideas centrales que servirán de organización de las páginas siguientes: ya no se trata de que los niños aprendan a dominar la lengua oficial que les tocó en suerte, sino las “prácticas del lenguaje” que se desarrollan en tres “ámbitos”: literatura, de estudio y de participación ciudadana. Con el fin de que los niños puedan “formarse como lectores y escritores”, el docente debe “asumir el papel de lector y escritor y, a la vez, el de mediador, para que los niños/as puedan leer y escribir por su intermedio. Por consiguiente, se propicia una ruptura con la cultura escolar con el desplazamiento de la tarea de enseñar a leer y a escribir en pos de la generación de un *ambiente letrado ficcional* en donde los niños por *inmersión* podrían entrar en contacto con los textos escritos y poner en conflicto sus hipótesis en procura de avanzar en la construcción del conocimiento de la lengua escrita.

Para garantizar entonces la puesta en marcha de las prácticas del lenguaje en lugar de la disciplina lengua y literatura, operando a manera de reconfiguración de la misma, se ofrece a los docentes no sólo el diseño curricular que indica pormenorizadamente las intervenciones didácticas y los contenidos del área que se reconfiguran, justamente, en *quehaceres del lector y del escritor*; además se establece un cuerpo de especialistas-de los que se consignan siempre sus nombres claridad mostrando de esta manera *una etapa de la educación signada por los expertos*- en currículum en la Dirección Provincial de Educación Primaria encargados de realizar documentos de desarrollo curricular que permitan hacer más asible el diseño. Así encontramos diversidad de documentos con recomendaciones y secuencias didácticas que funcionan modelando las prácticas de enseñanza. Estos documentos son comunicados tanto por la web y vías administrativas ordinarias, como-principalmente-a través de cursos que los Equipos Técnicos Regionales (ETR) llevan adelante en todas las regiones de la provincia. En estas capacitaciones se busca que los docentes lleguen a dominar las estrategias elaboradas por especialistas que se proponen modélicamente.

En 2017, aprobado por Resolución N° 1482/17, se cambia el diseño curricular; en el área de nuestro interés tiene la característica de *tensionar dos enfoques*: el psicogenético y el equilibrado. La organización del DCP (2018) permite visualizar en forma apaisada los contenidos y formas de abordaje de esos conocimientos según lo

entienden sus didácticas específicas, así como las situaciones de enseñanza que posibilitan esos abordajes y finalmente, los indicadores de avance, lo que representa una ruptura muy clara con el abigarramiento propio del enfoque psicogenético del diseño anterior. El área sigue llamándose Prácticas del Lenguaje, se mantiene la concepción de remitirse a las prácticas sociales de referencia, se sigue organizando en los mismos ámbitos de literatura, formación ciudadana y de formación del estudiante (“ámbito de estudio” en DCP 2007) y se propone las mismas formas de articulación de las situaciones de lectura y escritura en proyectos, secuencias y actividades habituales. La gran diferencia es que se propone hacer todo lo anterior bajo el *enfoque alfabetizador equilibrado*.

De esta manera, se asume la continuidad, pero se propone estructurar la enseñanza “de un modo más secuenciado y organizado” e introduce nuevamente la *enseñanza de la lengua* no la propiciación de *quehaceres del lector y del escritor* (DGCyE, 2018, p.46). Y en ese sentido, resulta absolutamente abrumadora la ruptura que se ejerce con el enfoque psicogenético al introducir aspectos no solo soslayados sino considerados contraproducentes en el primer año del Primer Ciclo al momento de “escribir por sí mismos” (DGCyE, 2018, p.51): prescribe que los niños accedan a conocimientos lingüísticos como, por caso, la correspondencia grafema-fonema. El énfasis que se realiza sobre la escritura convencional y no sobre los niveles de conceptualización de la escritura, sobre el objeto lengua escrita y no sobre el sujeto cognoscente es en sí mismo todo un giro copernicano más allá de que el diseño curricular conserve el nombre, la organización y los ámbitos del diseño anterior.

Esta tensión se evidencia también en el documento reciente Anexo I Curriculum Prioritario (2020) Si bien, el documento prioriza la “formación de lectores y escritores” propio del enfoque psicogenético, también muestra interés por formar a los estudiantes en el trabajo de las palabras y reglas ortográficas y se apela también a los NAP como fundamentación. Y en este consenso de las perspectivas podemos determinar que el enfoque equilibrado forma parte de dicha propuesta, más allá de que el énfasis se encuentra situado en la psicogénesis.

Enfoques en la formación inicial y permanente de bibliotecarios escolares

Una cuestión histórica pero que cobra relevancia en los documentos destinados a formar y a regular el trabajo de los bibliotecarios consiste en la relación estrecha entre estos y el área que estudiamos. Es importante señalar que la mayoría de los documentos pertenecen a la provincia de Buenos Aires debido a que en las últimas décadas ha tenido un desarrollo sostenido en relación a las bibliotecas escolares⁶. Se analiza para nación igual que en Ciudad de Buenos Aires el cuadernillo “Bibliotecas: Escenarios para que cada libro encuentre su lector” ya que el mismo se realizó en el marco del programa BERA, programa a nivel nacional llevado a cabo por la Biblioteca Nacional de Maestros y también los NAP.

La Circular Técnica 1/2005 de provincia se nutre de documentos del área de Lengua de donde toma definiciones y así explica, por ejemplo, qué entiende por alfabetización, de manera que hay que entender la relación estrecha entre esa área y el trabajo del bibliotecario. Llama la atención que, si bien según el título el objeto de enseñanza se denomina “Lengua escrita”, en el texto se reconocen de manera explícita a la

⁶ En segundo lugar, para la Ciudad Autónoma de Buenos Aires sólo se releva lo exclusivo de biblioteca ya que otros documentos como los diseños curriculares ya son analizados por otras líneas en esta investigación y lo mismo ocurre con los documentos pertenecientes a Nación aunque en este caso es preciso aclarar que se deberá seguir investigando debido a que no en todas las provincias existe el cargo de Maestra/o bibliotecaria/o (MB) o bibliotecarios escolares y biblioteca para la Educación Primaria, lo cual merece un estudio más exhaustivo que permita conocer las diversas realidades en las provincias.

psicogénesis como línea para el área de lengua, es decir, que no se trataría de enseñar *Lengua Escrita*, sino que *Prácticas del Lenguaje*. Por una parte, se observa que, en la provincia de Buenos Aires para el año 2005 no estaba vigente la perspectiva *Prácticas del Lenguaje*, sin embargo, circulaban orientaciones y circulares, cuadernos de trabajo que se correspondían con ella. Con la Resolución N° 2245/9 de la DGCyE se crea lo que se denominó las normas para las bibliotecas escolares que derivó en el documento “La Biblioteca de Educación Primaria su organización y funcionamiento”⁷. Encontramos allí sugerencias de actividades en torno a lo que en las bibliotecas se denomina la Formación de Usuarios algunas tomadas de la circular 1, estas actividades son: Interpretar el uso de los carteles y rótulos para orientarse con más facilidad en la búsqueda de los materiales, Conocer fuentes de información en distintos soportes, Identificar distintos tipos de índices, Conocer la función de los catálogos, las fichas y registros que usa la biblioteca. En este listado se observan contenidos que estaban incluidos en los Contenidos Básicos Comunes, de los años 90 bajo la lógica de las *competencias*.

En relación a la lectura se sugiere la promoción y la animación a la lectura relacionadas con la concepción de la *lectura por placer*. Por otra parte, en el DC de formación inicial de Bibliotecarios de Instituciones Educativas, se señala que: “... aprender a pensar, aprender a informarse y aprender a vivir, constituyen los aspectos básicos de la nueva enseñanza.” Más adelante agrega en relación con el alumno que “se considera necesario que la enseñanza escolar contribuya a crear lectores competentes”, por lo que claramente la formación de los bibliotecarios se encuentra en línea con las orientaciones de los organismos internacionales. Por su parte, estudiamos el documento 22 titulado “La dimensión Pedagógica de la Biblioteca Escolar” de CABA en el que se encuentran explícitamente planteos del enfoque psicogenético para la enseñanza de la lectura en las bibliotecas y en las aulas, asimismo ocurre con el cuaderno editado por la Biblioteca Nacional de Maestros “Bibliotecas: escenarios para que cada libro encuentre su lector” que se repartió en bibliotecas escolares del país. Por último, se observa en los documentos para las bibliotecas escolares de la Educación Primaria, tanto en provincia, CABA como nación una fuerte sugerencia hacia actividades de animación a la lectura, para hacer a los niños lectores, usuarios lectores, comunidad de lectores, que a su vez se *encastra* con la concepción de la lectura por placer.

La ESI y las perspectivas sobre la literatura en la escuela

Como señalamos, resulta de importancia analizar los documentos vinculados a Programa Nacional de Educación Sexual Integral (Ley N°26.150) porque implica a los niveles inicial y primario de las escuelas públicas y privadas. Estos materiales⁸ siguen vigentes y fueron concebidos con el objetivo de promover la aplicación de dicha ley y *de formar* a los docentes, es decir, de manera indirecta porta aspectos que implican la presencia de los enfoques y sus encastres, particularmente, en la enseñanza de la literatura porque en las actividades sugeridas se introducen textos literarios como

⁷ Consideramos importante tener en cuenta que el documento mencionado contó con la participación de bibliotecarios capacitadores de todas las regiones de la provincia que a su vez trabajaban con bibliotecarias/os escolares en sus distritos y en sus aportes al documento quedaron plasmados los modos de trabajo que consideraban más pertinentes, pero también era una muestra de lo que se estaba realizando en las bibliotecas escolares en esos años y las perspectivas teóricas plasmadas en documentos de años anteriores.

⁸ El corpus seleccionado para el análisis fueron los Lineamientos Curriculares para la Educación Sexual Integral. Ministerio de Educación. Presidencia de la Nación, 2009.; los Cuadernos de ESI. Educación sexual integral para la educación inicial: contenidos y propuestas para las salas - 1a ed. - Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación, 2010. 96 p. y los Cuadernos de ESI. Educación sexual integral para la educación primaria: contenidos y propuestas para el aula - 1a ed. - Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación, 2009. 96p.

disparadores o recursos que pueden ser utilizados a fin de trabajar los contenidos que propone la ley. La selección de materiales es amplia y abarca desde fragmentos de cuentos, libros álbumes con textos muy breves y preponderancia de la imagen, cuentos extensos, hasta capítulos de libros. Con respecto a los autores de las obras seleccionadas, podríamos decir que la gran mayoría forman parte de los que pueden considerarse “canónicos” en la literatura infantil⁹ y las actividades que se proponen consisten en general en la lectura en voz alta de los cuentos y en el debate posterior acerca de los mismos.

A partir del análisis del corpus seleccionado, encontramos que en estos materiales conviven al menos dos representaciones de literatura que, de manera implícita, se tensionan mutuamente. Por un lado, podemos decir que esta noción de literatura se corresponde con las líneas teóricas que comenzaron a prevalecer desde los años 80 y que conciben la literatura como una herramienta de mediación entre los sujetos y sus experiencias para hacerlas “más comprensibles”. Esta concepción de *la literatura como herramienta que otorga sentido a la experiencia* formará parte de los diseños curriculares de la década del 80 y tiene vigencia aún en los lineamientos curriculares de la enseñanza de lo que se concibe como “Prácticas del lenguaje”, perspectiva que hoy se han consolidado como orientadora de la enseñanza de la literatura en nuestro país y, a su vez, se encastre con el enfoque sociocultural presente en el Plan Nacional de Lectura. Se pone en juego en esta perspectiva una idea de “construcción/formación” de “lectores/subjetividades” para la que hay que transformar el aula en una “situación/experiencia” y dejar que fluya la “multiplicidad de sentidos” (Cuesta, 2016).

Por otra parte, aparece otra que concibe a la literatura como discurso social que reproduce representaciones del mundo, de las relaciones que los sujetos establecen entre ellos y de las formas de ser y hacer más o menos consensuados, más o menos hegemónicos en la sociedad. La propuesta es que los niños y las niñas puedan, a partir de la lectura colectiva y del debate, ponerlas a dialogar con sus propias representaciones y las de sus compañeros/as, mirarlas desde una perspectiva crítica y discutir también con ellas (Educación Sexual Integral para la Educación Inicial, p. 62). Esta última forma de entender los textos literarios no presupone que el lector necesita de los mismos para construir subjetividad o poner nombre a las experiencias de vida, por el contrario, supone que es debido a que el lector cuenta ya con su propia conceptualización del mundo, que las puede poner en diálogo, tensarlas y por qué no, también transformarlas por y a partir de las que aparecen representadas en los textos literarios. Esta representación de lo literario pone en discusión otras ideas de la literatura entendida como producto cultural privilegiado, que goza de cierto estatus y pureza. Un estado de pureza que se desprendería de su supuesta autonomía con respecto a los contextos sociales de producción, de su despolitización, de su supuesta capacidad de poner claridad sobre problemáticas comunes a toda la humanidad.

En los documentos analizados, estas dos concepciones aparecen solapadas: por momentos, los documentos parecen responder a las líneas teóricas que entienden la literatura como un campo autónomo, pero por otro se asume una perspectiva que reconoce que la selección de textos literarios para ser abordados en el contexto escolar, en el marco de una política educativa, no responde a criterios estéticos sino éticos y políticos.

⁹ Nos referimos a autoras como Laura Devetach, Graciela Montes, Elsa Borneman y autores como Gustavo Roldán, Anthony Brown, etc.

Conclusiones

Como señalábamos en la introducción, las perspectivas de enseñanza de la lengua y la literatura y los enfoques en alfabetización inicial aparecen diferenciados por sus circuitos de *expertise* y su mayor o menor cercanía con perspectivas psicogenéticas y psicolingüísticas. Esto no impide que se encastren en los documentos de política pública para la formación inicial y permanente para docentes de los distintos niveles educativos. Estos encastres permiten, por un lado, la recurrencia de tópicos y autores (lectura y escritura como proceso, el enfoque por competencias) y, por el otro, una zona de confluencia en la que la literatura posee un lugar privilegiado como objeto no ya de enseñanza, sino para vehicular la alfabetización, la construcción de la subjetividad o una propuesta ética-política.

De esta manera, los saberes pedagógicos se tensionan pero se solidarizan en distintos aspectos, permitiendo su convivencia en la política pública de distintas líneas y grupos de especialistas. Esto nos permite visibilizar el trabajo docente en sus dimensiones reguladas no solo por el mercado de trabajo sino por los discursos pedagógicos que hipotetizamos inciden y tensionan la enseñanza cotidiana que es posible de ser estudiada atendiendo también a los aspectos aquí relevados.

Bibliografía

- Ball, S. ([1994] 2002) Textos, discursos y trayectorias de la política: la teoría estratégica. En *Páginas*, Revista de Ciencias de la Educación, UNC. N° 2. 2002.
- Braslavsky, B. (1984) [1962]. *La querrela de los métodos en la enseñanza de la lectura: sus fundamentos psicológicos y la renovación actual*. Buenos Aires: Kapelusz.
- Cuesta, C. (2011). *Lengua y Literatura: Disciplina escolar. Hacia una metodología circunstanciada de su enseñanza*. [Tesis de Doctorado. Universidad Nacional de La Plata]. Repositorio institucional de Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación.
- (2016). Lectura y escritura como contenidos de enseñanza de la lengua y la literatura: tensiones entre políticas educativas y trabajo docente en Argentina. EN: S. Sawaya y C. Cuesta (Coords.). *Lectura y escritura como prácticas culturales: La investigación y sus contribuciones para la formación docente*. La Plata: Edulp. (Libros de cátedra. Sociales)
- Disponible en: <http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/libros/pm.274/pm.274.pdf>
- (2019). *Didáctica de la lengua y la literatura, políticas educativas y trabajo docente: Problemas metodológicos de la enseñanza*. Buenos Aires: Miño y Dávila.
- de Alba, A. (1995). *Currículum: crisis, mito y perspectivas*. Buenos Aires: Miño y Dávila.
- Díaz Barriga, Á. (1997). *Didáctica y currículum*. Barcelona: Paidós.
- Delors, J., Amagi, I., Carneiro, R., Chung, F., Geremek, B., Gorham, W. y Stavenhagen, R. (1997). *La educación encierra un tesoro: informe para la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo Veintiuno*. Ediciones UNESCO. Santillana.

- Flower, L., & Hayes, J. (1996). Los procesos de lectura y escritura. *Textos en contexto*. Buenos Aires: Asociación Internacional de Lectura.
- Juliá, D. (2000). La construcción de las disciplinas escolares en Europa. En: Ruiz Berrio, J. (ed.). *La cultura escolar en Europa. Tendencias históricas emergentes*. Madrid: Biblioteca Nueva, pp. 45-78.
- Lerner, D. (2001). *Leer y escribir en la escuela. Lo real, lo posible, lo necesario*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Solé, I. (1992). Estrategias de comprensión de la lectura. *Cuadernos de pedagogía*, 2 (16), pp. 25-27.
- Suasnábar, C. (2004). *Universidad e intelectuales. Educación y política en la Argentina (1955-1976)*, Buenos Aires, Flacso-Manantial.
- Rockwell, E. (2009). *La experiencia etnográfica. Historia y cultura en los procesos educativos*. Buenos Aires: Paidós.



Simulación en la enseñanza de la Protección Radiológica

Carlos G. Einisman¹

Programa de Estudios Posdoctorales - Universidad Nacional de Tres de Febrero

Resumen

En la enseñanza de la Protección Radiológica, tradicionalmente se ha utilizado la secuencia: Teoría; Problemas; Trabajos Prácticos en Laboratorio y Prácticas Supervisadas, variando la relación entre ellas según el nivel educativo de los destinatarios y el objetivo de la formación. No obstante todos los miembros de esta comunidad conocen la teoría y sus medidas prácticas de implementación, su aplicación sistemática en escenarios de trabajo presenta una gran dispersión. El objetivo de este trabajo es repensar las bases epistemológicas de la enseñanza en Protección Radiológica y la presentación de un prototipo avanzado de simulador para su uso en Educación Superior y Formación Profesional, con el fin de fomentar una mayor conciencia del cuidado en los trabajadores y lograr una reducción de la dosis ocupacional a lo largo de la vida laboral.

Palabras clave: Protección Radiológica, Simulación, Formación Profesional, SBT, ALARA.

Introducción

A los 120 años del descubrimiento de los Rayos X por el ingeniero alemán Wilhelm Röntgen y los primeros trabajos del físico francés Henri Becquerel, el uso de las radiaciones ionizantes está cada vez más difundido en diversas áreas de la producción y los servicios. Algunas de sus aplicaciones usuales en nuestra sociedad se dan en las áreas de Salud (Medicina Nuclear, Radiología y Radioterapia), Industria del Petróleo (perfilaje y sondeo de pozos), Industria Metalúrgica (gammagrafía industrial), control de fronteras y accesos (monitoreo de personas y mercancías), entre otros usos civiles. La Protección Radiológica es la disciplina que estudia las medidas de cuidado y manejo seguro de las fuentes de radiación. En el caso argentino, el denominado "Personal Ocupacionalmente Expuesto", esto significa: quienes manipulan material radioactivo como parte de su labor, deben poseer un Permiso Individual emitido por la Autoridad Regulatoria Nuclear y para su obtención, se requiere una formación básica obligatoria en Protección Radiológica, brindada en distintas ofertas de Educación Superior Universitaria y No Universitaria. En este artículo, presentamos un prototipo avanzado de un sistema simulador destinado a la enseñanza y capacitación del Personal Ocupacionalmente Expuesto, con el objeto de mejorar las prácticas y actitudes de profesionales en la prevención de los riesgos derivados tanto de la exposición externa

¹ N.A.: Este artículo reelabora y actualiza aportes previos sobre el tema.

Agradezco a la Lic. Victoria Güerci sus aportes y comentarios; así como al Sr. Martín Abadí, la programación en código html del prototipo de simulador numérico aquí presentado. Consultas sobre este artículo: ceinisman@hotmail.com

a las radiaciones ionizantes como de la contaminación interna con material radioactivo, y analizamos su posible funcionamiento didáctico.

Consideraciones sobre las radiaciones ionizantes

Para dimensionar el riesgo asociado a la manipulación de fuentes radiactivas y los procesos relacionados con la exposición a radiaciones ionizantes, es indispensable enmarcarse en lo que manifiestan los Organismos Internacionales relacionados con la Salud y el Trabajo, que son autoridades en el tema y que tienen bajo su égida el estudio, control y regulación de las mismas. Aquí, nos enfocaremos en apenas uno de los riesgos laborales, ya que “trabajar con radiaciones” es apenas uno de los riesgos reconocidos taxativamente por el sistema de riesgos del trabajo. Los riesgos que el uso de la radiación ionizante y el material radioactivo puede entrañar para las personas y el medio ambiente, deben evaluarse y controlarse mediante la aplicación de normas de seguridad. Estos riesgos radiológicos se clasifican, desde el punto de vista de sus efectos biológicos potenciales en efectos **deterministas**: Cuando la exposición de tejidos humanos a la radiación puede provocar la muerte de células en una escala lo suficientemente amplia como para afectar su función del tejido u órgano expuesto. Estos efectos son observables clínicamente en una persona si la dosis de radiación rebasa un determinado nivel mínimo o umbral. Por encima de este nivel umbral de dosis, la gravedad del efecto determinista aumenta al elevarse la dosis. En cambio, los efectos **estocásticos** acontecen cuando la exposición a la radiación también puede provocar la transformación no letal de las células, que pueden seguir manteniendo su capacidad de división celular. Con todo, existe la posibilidad de que la transformación no letal de una célula produzca, tras un período de latencia, cáncer en la persona expuesta si la célula es somática, o que esa transformación tenga efectos hereditarios si la célula es germinal. Para los fines de este trabajo, asumiremos que la probabilidad que –con el tiempo– se produzcan efectos estocásticos es proporcional a la dosis recibida, sin un nivel de dosis umbral y que incluye los riesgos de todos los cánceres y los riesgos de efectos hereditarios, es del 5 % por Sievert² (IAEA, 2016, p. 2).

Magnitudes y Unidades

Aunque la mayoría de los requisitos prescritos por las Normas son cualitativos, también se establecen también límites cuantitativos, restricciones de dosis y niveles de referencia orientativos³. Caracterizaremos sucintamente la principal magnitud física usadas en este trabajo: En el caso de la exposición ocupacional, la dosis equivalente personal $H_p(10)$ puede utilizarse como un equivalente aproximado de la dosis efectiva recibida por exposición a la radiación ionizante (IAEA, 2016, p. 143). Además del aporte de dosis por exposición externa, el Personal Ocupacionalmente Expuesto que manipula fuentes abiertas –es decir, cuyo contenido puede ser trasvasado y fraccionado– está expuesto al riesgo de contaminación con material radioactivo, el cual se puede producir por contacto con la piel, inhalación y/o ingesta, dependiendo también de la forma física del material (sólida, líquida o gaseosa) en ese ambiente. El material radioactivo –una vez depositado en un órgano– continuará aportando dosis de radiación por tiempos prolongados. En esos casos, se aplica la noción de dosis efectiva comprometida, que estima el aporte de dosis durante 50 años para adultos, como es el caso del Personal Ocupacionalmente Expuesto.

² Es posible que este coeficiente se deba ajustar a medida que se disponga de nuevos conocimientos científicos.

³ Una presentación más completa de los aspectos dosimétricos se encuentra en Cherry, S., Sorenson, J., Phelps, M. (2012).

Principios generales de la protección radiológica

Los tres principios generales de la protección radiológica se refieren a la justificación, la optimización de la protección y la aplicación de límites de dosis.

Justificación de las instalaciones y actividades: Las instalaciones y actividades que generan riesgos radiológicos deben reportar un beneficio general (IAEA, 2016, p. 4).

Optimización de la protección: La protección debe optimizarse para proporcionar el nivel de seguridad más alto que sea razonablemente posible alcanzar (IAEA, 2016, p. 4). Esta optimización involucra integralmente a instalaciones fijas y móviles; dispositivos de protección y control; procedimientos operativos y la formación y capacitación continua.

La normativa vigente en la Argentina para diversas aplicaciones de las radiaciones ionizantes, establece que los sistemas de protección radiológica deben estar *optimizados* para que los trabajadores no superen la restricción de dosis efectiva de 6 mSv en un año para una jornada laboral de 8 horas, o su parte proporcional. Destacamos en este sentido el cambio de enfoque en las recomendaciones de la IAEA (2016) en relación a la optimización, ya que la noción clásica de llevar los riesgos “tan bajo como sea razonablemente posible”, conocido por su acrónimo en inglés *ALARA*, es reemplazado actualmente por la de *maximización de la seguridad*.

Limitación de los riesgos para las personas: Las medidas de control de los riesgos radiológicos deben garantizar que ninguna persona se vea expuesta a un riesgo inaceptable (IAEA, 2016, p. 4).

Los límites de dosis efectivas especificadas en la literatura, son aplicables a la *suma* de las dosis recibidas por *exposición externa* en el período especificado y de las dosis comprometidas causadas por las *incorporaciones de material radioactivo* en el mismo período. (IAEA, 2016, p. 143)

Restricciones de Dosis: Las restricciones de dosis y los niveles de referencia se emplean para optimizar la protección y la seguridad, cuyo resultado previsto es que todas las exposiciones se realicen de manera controlada en niveles que maximicen la protección. Las restricciones de dosis se aplican a la exposición ocupacional y a la exposición del público en situaciones de exposición planificadas. Asimismo, para evitar confusiones usuales en relación al respectivo alcance de las definiciones de límite y restricción de dosis, aclararemos lo que las restricciones no son:

- a) *Las restricciones de dosis no son límites de dosis:* el hecho de sobrepasar una restricción de dosis no constituye un incumplimiento de los requisitos reglamentarios, aunque podría dar origen a la adopción de medidas de investigación y seguimiento por parte de las Autoridades de Aplicación.
- b) *Las restricciones de dosis no son objetivos a alcanzar:* Las instalaciones, los procedimientos y las condiciones de trabajo deben maximizar la Protección Radiológica. Esto significa que no es suficiente con registrar dosis anuales por debajo de la Restricción de Dosis, sino que se deben realizar sistemáticamente todas las operaciones de modo tal, de maximizar la protección. La Restricción de Dosis establece la división entre *lo aceptable* y *lo tolerable*, mientras que el Límite de Dosis Individual marca la frontera entre *lo tolerable* y *lo inaceptable*.

La utilización sistemática de los **Elementos de Protección Personal (EPP)** y en particular, de los blindajes apropiados en las etapas de manipulación, fraccionamiento, traslado y aplicación del material radioactivo, redundará en una maximización de la protección radiológica contra la irradiación externa; así como el uso sistemático de guantes descartables durante la manipulación, preparación y/o administración, previenen la contaminación con material radioactivo. Se trata de medidas simples, pero que sólo funcionan si se las implementa sistemáticamente en cada operación cotidiana. *Maximizar la protección en cada operación, es la única forma de minimizar los riesgos a lo largo de una vida laboral.*

Técnicas básicas de protección de la irradiación externa

La optimización procedimental se busca mediante la aplicación sistemática de las tres técnicas básicas de protección contra la exposición a las radiaciones: la minimización del *tiempo* de exposición, la maximización de las *distancias* a las fuentes y la utilización de los *blindajes* apropiados. Y a pesar de que todos los miembros de esta comunidad de usuarios conocen la teoría y sus medidas prácticas de implementación, la correlación observada en su aplicación es muy dispar (Einisman, 2013). Lo que disparó la siguiente pregunta: ¿Cómo cambiar la forma de enseñar Protección Radiológica, como para lograr una efectiva, duradera y cotidiana actitud radioprotectiva en el Personal Ocupacionalmente Expuesto?

Desarrollo. Aspectos epistemológicos y didácticos

Las acciones humanas son resultado de procesos complejos, diversos y concurrentes, donde el conocimiento es apenas uno de sus factores determinantes y que en condiciones reales, suele confrontar en desventaja con las creencias y sentimientos. Y si a esto sumamos que las radiaciones ionizantes no son perceptibles a través ninguno de los cinco sentidos fisiológicos, estaremos en la pista de los motivos posibles por los cuales –a casi un siglo de enseñar Protección Radiológica en la forma clásica– todavía seguimos buscando modos capaces de generar efectos a largo plazo. En la enseñanza de la Protección Radiológica tradicionalmente se ha utilizado la secuencia: Teoría; Problemas; Trabajos Prácticos y Prácticas Supervisadas. Consideramos oportuno y pertinente cambiar la perspectiva de la formación profesional del Personal Ocupacionalmente Expuesto, todavía basada en una ética de contenidos que asume un decálogo de prescripciones y prohibiciones –cuyo cumplimiento sería obligatorio y su desobediencia frecuente– hacia una ética formal kantiana, por aquello de: *“Ora sólo según una máxima tal que puedas querer al mismo tiempo que se torne ley universal”* (Kant, 1797). Un desplazamiento desde el *deber ser* universal, hacia una cultura de la seguridad y del cuidado referida a la singularidad de un *mejor así* basada en la capacidad de pensar y pensarse en un contexto específico. Para ello, es necesario robustecer el *saber*, con la apropiación de un criterio que lo traduzca en un *modo de hacer*.

Diversos estudios en el campo de la Salud han mostrado que el entrenamiento basado en simulación (SBT, por sus siglas en inglés) es una solución ejemplar para estudiar y desarrollar capacidades profesionales referidas al entorno médico actual (Issenberg et al, 2005; Bilotta, Werner, Bergese y Rosa, 2013; Einisman, 2018). Basado en metodologías desarrolladas por la industria de la aviación, el SBT se presenta como una opción superadora a los modelos didácticos tradicionales en términos de

velocidad de aprendizaje, cantidad de información retenida y capacidad para la práctica deliberada.

Situados en el modelo de enseñanza SBT, proponemos la incorporación de un simulador de desarrollo propio para la enseñanza de la Protección Radiológica. El uso didáctico del simulador favorece un espacio de formación en torno a los valores, saberes y habilidades implicadas en prácticas profesionales específicas y que se constituyen como el dominio donde la relación tiene lugar y sentido, demarcando a su vez, sus alcances y límites. Esta relación pedagógica se plantea como sumamente rica y compleja. Hacia su interior se configuran tanto los roles docente y estudiante, como los conceptos, saberes, conflictos sociales y de identidad profesional, cuyo reconocimiento y transformación convocan al encuentro que funda esta relación. Atentos a que la finalidad del proceso educativo es la transformación de las personas, para la transformación de la realidad laboral y social. Porque tal como enseñaba Epicuro: sólo puede cuidar a otros, quien es capaz de cuidar de sí. (Foucault, 1982)

Dentro del sistema didáctico diseñado para la enseñanza de la radioprotección se encuentran los saberes, los docentes y los estudiantes inmersos en una relación mayor conformada por la *episteme* y la *tekné*, interrelacionadas por la *praxis* y la *phronésis*. La *episteme* –considerada en sentido platónico– toma al conocimiento como una creencia justificada, como verdad que, dado el campo de acción en el que se desarrolla, implica necesariamente una *praxis*, es decir una acción diferente de la pura contemplación. Lo que desemboca en la *tekné*, un procedimiento o conjunto de reglas, normas o protocolos que tiene como objetivo obtener un resultado determinado y efectivo –en este caso– en el campo de la Protección Radiológica. Sin embargo, esto es sólo un plano del sistema didáctico que requiere necesariamente de otra dimensión: la *phronesis*, como reflexión sobre cómo y en virtud de qué se debe actuar en radioprotección para su mejora, lo cual dirige una reconsideración de la *episteme*.

Así, la acción pedagógica, se constituye como herramienta para la mejora de la calidad en las prácticas profesionales y las condiciones de vida y trabajo de los estudiantes. Éstos seguramente tendrán diferentes trayectorias formativas y laborales, lo cual además de ser debidamente registrado, debe ser tomado en cuenta a la hora de pensar el lugar en y desde el cual se piensa la actividad pedagógica, que es el de la recuperación y resignificación del valor de la *phronesis*, ya que: “*Práctica y teoría están indisolublemente unidas, independientemente de la carga –si es que se pudiera separar– que cada una de ellas tienen.*” (Muñoz, Martínez López y Jiménez Arenas, 2011). Esta sabiduría práctica que menciona Aristóteles en su *Ética Nicomaquea* presenta, como tantos otros conceptos, desafíos de traducción. Pero más allá de las precisiones técnicas en la traducción erudita, en el campo educativo es de vital importancia comprender su impacto. En este sentido, Korthagen (2010) señala que la *episteme* se caracteriza por los siguientes rasgos: Está dirigida al conocimiento de varias situaciones; utiliza conceptos generales; se basa en la investigación científica; es *conceptual*: nos ayuda a entender varias situaciones. En contraste, la *phronesis*: Está dirigida a la acción concreta, en una situación específica; centra su atención en aspectos específicos de la situación (ciertos “indicios”); se basa en las experiencias propias de cada uno; es *perceptual*: forma nuestra percepción acerca de situaciones específicas.

Para que esto sea posible, la simulación es el recurso didáctico que relaciona los saberes y su efectivo desenvolvimiento en la práctica. El uso de simuladores *mediatiza* la tríada didáctica: saber, docente, estudiantes, de modo que la praxis y la *phrónesis* sean puestas en juego y revisadas en los entornos de las formaciones (virtuales y presenciales). La integración de las herramientas de cálculo en una interfaz amigable, permite el ensayo en diferentes escenarios de situaciones operativas propias de las diversas ramas de la industria y los servicios, con la ventaja de evitar los peligros asociados a la contaminación o exposición real a la radiación ionizante.

Consideramos asimismo, que la interacción del Personal Ocupacionalmente Expuesto con el simulador no modifica *per se* sus prácticas profesionales. Para ello es necesario que los docentes formadores diseñen y propongan secuencias didácticas para la utilización de estas herramientas, las cuales deberían integrar: Uso de diversos soportes (audiovisuales, bibliografía, etc.) para el plano teórico; análisis de situaciones problema con visualización dinámica y proyección de dosis anual; simulación de situaciones problema con Elementos de Protección Personal en escenarios de trabajo (Medicina Nuclear; Petróleo; etc.); y Trabajos Prácticos supervisados con fuentes radiantes no ionizantes, integrados a la interfaz de realidad virtual o aumentada.

Simulador de exposición a la radiación ionizante para la enseñanza de la Protección Radiológica

Se desarrolló un simulador numérico que a su vez será integrado a un simulador de tareas – *Job Simulator*– que por sus características interactivas similares a los videojuegos y sistemas de realidad virtual o aumentada, resultará más accesible a las actuales cohortes de estudiantes y en programas de actualización o normalización profesional, que los métodos tradicionales de enseñanza.

Como se ha advertido ineludiblemente a partir de 2020, el uso de entornos de aprendizaje informáticos modifica el tipo de saberes que se puede enseñar, así como al conjunto de estrategias didácticas. En consecuencia, es necesario transformar los modos en que se evalúa y se da soporte a los estudiantes teniendo en cuenta las características de la tecnología. Tanto desde el punto de vista de los estudiantes como de los docentes, el saber debe ser la esencia de la interacción con la tecnología. Sin embargo, este conocimiento no puede simplemente leerse en la pantalla, sino que debe surgir como resultado del proceso de interacción con las herramientas didácticas. La existencia, versatilidad y potencia de la tecnología hacen posible y necesario reexaminar los procesos de enseñanza y de aprendizaje en PR.

En consecuencia, proponemos un recurso didáctico para la enseñanza de Protección Radiológica Operativa con fuentes abiertas. El recurso de aprendizaje informático es una herramienta esencial para enseñar, aprender y promover –en este caso– la protección radiológica, dado que proporciona visualizaciones de conceptos matemáticos, físicos, químicos y fisiológicos, que facilitan la organización y el análisis de datos; haciendo cálculos con eficacia y exactitud y pudiendo apoyar así la investigación de los estudiantes. Se espera que al disponer de esta herramienta tecnológica los y las estudiantes puedan centrar su atención en tomar decisiones, reflexionar, razonar y resolver problemas ligados a mejores prácticas operativas, en lo referente al trabajo con fuentes abiertas de radiación ionizante.

Este ambiente constituye lo que Arcavi y Hadas (2003) denominan “laboratorio virtual” en el cual los estudiantes pueden interactuar, investigar y aprender. Los autores reconocen 5 etapas que deben estar presentes para que dichas prácticas áulicas

innovadoras resulten convenientes para el desarrollo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Toda situación problema llevada a cabo en ambientes computarizados dinámicos debe ofrecer a los alumnos/as: la visualización; la experimentación; la sorpresa; la retroalimentación y la necesidad de pruebas y demostraciones.

Tal como plantean Arcavi y Hadas (op. cit.), creemos fundamental que los estudiantes logren establecer el vínculo existente entre el mundo simulado en la pantalla de la computadora y generador de la sorpresa, con el mundo teórico basado en leyes físicas. Además es fundamental agregar a estos universos elementos del mundo laboral *real*, donde desempeñarán su labor junto a otros individuos. La experiencia indica que no es obvio para los estudiantes formalizar la relación entre estos mundos, aun habiendo percibido la necesidad de establecer dicho vínculo. Por ello son fundamentales las intervenciones del docente en este paso de la pantalla a la operación con fuentes radiantes, estableciendo así un proceso de retroalimentación que infunda y fomente la necesidad de justificar, probar y demostrar aquello que en un comienzo fue visualizado.

Descripción del Prototipo

La dosimetría anual es la sumatoria de las dosis de radiación que el Personal Ocupacionalmente Expuesto recibe cotidianamente. En condiciones normales, el aporte de una operación en particular es poco significativo y difícil de ponderar con los métodos usuales de registro dosimétrico diferido mensual, tales como el film monitor o la dosimetría termoluminiscente. Un objetivo del simulador es mostrar que el resultado dosimétrico ($H_p(10)$) obtenido a fin del año laboral (H), se debe fundamentalmente al *modo* de realizar las tareas cotidianas, tomando en cuenta los días trabajados en un año calendario y según la jornada de trabajo (J) seleccionada por el usuario.

Básicamente, para un dado radioisótopo gamma emisor caracterizado por una constante de emisión Gamma (Γ), la dosis efectiva de radiación en un punto es directamente proporcional al tiempo de exposición (t) y a la tasa de emisiones radiactivas (A) e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia (d) a la fuente emisora. En las aplicaciones antes enunciadas, es muy frecuente la utilización de blindajes plomados para reducir la dosis para emisiones tipo Gamma o de Rayos X. El aumento del espesor del blindaje (x) reduce en forma exponencial la dosis absorbida. En el caso de fuentes extensas (no puntuales) –como las utilizadas en la práctica– se dispone de tablas o algoritmos computables que indican el Factor de Acumulación o *Build Up* (B) debida a diferentes interacciones de la radiación electromagnética con el material absorbente. El factor de acumulación o *Build Up* (B), surge de funciones publicadas para ^{99m}Tc y ^{18}F y ^{131}I (CNSC, 2018).

Por medio de la enunciación teórica de los factores involucrados recién mencionados, se presenta a los estudiantes la expresión (1) de dosis Efectiva (E), como equivalente a la Dosis Equivalente Personal $H_p(10)$, que es la registrada por los sistemas de dosimetría personal utilizados por el personal ocupacionalmente expuesto. Esta equivalencia intenta que los estudiantes establezcan el vínculo entre los actos cotidianos en el manejo de fuentes abiertas de radiación ionizante, con el resultado dosimétrico a largo plazo⁴:

$$H_p(10) \equiv \frac{\Gamma A t}{d^2} B e^{-\mu x} \quad (1)$$

⁴ Cfr. IAEA, 2016, p. 143.

En la Figura 1, se muestra una captura de pantalla del prototipo del simulador numérico desarrollado en código html, funcional tanto en dispositivos móviles como en computadoras personales. Este configura el primer paso en la presentación del sistema simulador ante los estudiantes.



Figura 1: Capturas de pantalla deslizable del Prototipo Simulador.

Las decisiones de diseño asumidas para favorecer el resultado didáctico perseguido son: Que el simulador muestre en forma numérica el Equivalente de Dosis Personal ($H_p(10)$) a fin exponer el resultado de las decisiones generales y modos de operar con fuentes radiantes, tanto para una sola operación realizada sin y con blindaje plomado, junto a su respectiva proyección anual en forma numérica y gráfica. Asimismo: El color de fondo dinámico de los resultados numéricos y los gráficos de barras, denotan el riesgo asociado a cada situación operacional y muestran la leyenda correspondiente. Todos los resultados de equivalente de dosis y dosis comprometida, se ajustan automáticamente en [Sv; mSv o μ Sv] a fin de facilitar su lectura e interpretación. Desde la parte superior de la pantalla (Figura 1, Izq.) se pueden seleccionar las variables físicas y de condiciones de trabajo. En la Fig. 1, centro, se encuentra el módulo para el cálculo de la dosis efectiva comprometida por incorporación de material radioactivo, sea por contaminación cutánea, inhalación y/o ingesta del radioisótopo seleccionado. Estos resultados pueden integrarse opcionalmente a los de proyección anual de exposición externa, mediante la activación de controles deslizantes (“Integrar Inhalación” e “Integrar Ingesta”).

En la parte inferior de la pantalla (Figura 1, der.) se muestran dos gráficos de barras:

- Izq: Equivalente de Dosis Personal ($H_p(10)$) [mSv] anual proyectado como resultado de realizar una cierta operación *sin* la utilización de blindaje plomado (No Pb).
- Der: Equivalente de Dosis Personal ($H_p(10)$) [mSv] anual proyectado como resultado de realizar una cierta operación *con* la utilización del espesor de blindaje plomado seleccionado (Con Pb).

La escala de colores dinámica que sirve de fondo a los resultados numéricos, responde al criterio que surge de la Normativa vigente en relación a los límites y restricciones de dosis. Mientras que la elección de los colores, por simples asociaciones usuales para los estudiantes, tales como los semáforos de tránsito. Se considera optimizada la operación objeto de la simulación, cuando aporta una dosis equivalente personal de hasta 1 μ Sv/año (Tabla 1).

Tabla 1
Condición de la $H_p(10)$ [mSv] anual proyectada

$H_p(10)$ [mSv] anual proyectada	Leyenda
$0 \leq H_p(10) \leq 0,001$	ALARA
$0,001 < H_p(10) \leq 0,75 \cdot J$	ACCEPTABLE
$0,75 \cdot J < H_p(10) \leq 20$	TOLERABLE
$20 < H_p(10) \leq 50$ (promedio en 5 años)	INACEPTABLE
$H_p(10) > 50$ (en 1 año cualquiera)	INACEPTABLE

En cada caso, sólo se graficará el isótopo seleccionado previamente por medio de la casilla de verificación y mostrará su comportamiento en función de los valores de las magnitudes físicas y condiciones de trabajo seleccionadas. Esto permite mostrar, por ejemplo, la importancia de utilizar los blindajes apropiados para cada isótopo, poniendo de manifiesto la influencia del valor de la energía de emisión gamma en la capacidad de un blindaje plomado de un mismo espesor.

Teniendo como objetivo que los estudiantes se apropien de este cambio de enfoque en relación a los hábitos y técnicas de protección radiológica –que permitan maximizar esa protección a lo largo de la vida laboral– se propone su interacción con el simulador a fin que concluyan que esta optimización involucra integralmente a: Instalaciones fijas y móviles; Dispositivos de protección y control; Procedimientos operativos sistemáticos y Formación y capacitación continua.

Conclusión

Consideramos que el sistema didáctico propuesto constituye una innovación tanto en el campo de las Didácticas Específicas como en la propia Protección Radiológica, toda vez que no sólo permitirá una mejora en su enseñanza, sino que redundará en una disminución de las dosis de radiación de los trabajadores expuestos, impactando positivamente en el cuidado de su salud y la de las generaciones futuras.

Para alcanzar ese ambicioso objetivo, es necesaria la creación de secuencias didácticas que reviertan la modalidad actual de la enseñanza de la Protección Radiológica. Para ello, teoría y práctica profesional deben entretorse mediante una reflexión crítica. El objetivo no es lograr profesionales con un alto bagaje teórico que luego –en un abuso de autoconfianza– no cumplan con los procedimientos seguros y las normas de radioprotección, sino formar generaciones capaces de reflexionar sobre las leyes y teorías físicas y a partir de esto, capaces de implementar buenas prácticas en su labor cotidiana e incluso, proponer mejoras e innovaciones creativas.

Las decisiones que los docentes implementen en la formación, serán determinantes en el tipo de relación que los futuros profesionales tendrán con el saber y el mundo del trabajo. Es por ello que se propone construir y debatir los conceptos y modalidades de implementación que subyacen a la enseñanza de la Protección Radiológica mediante el uso de simulaciones. Así, por ejemplo, leyes como: “El aumento de la distancia a la fuente de irradiación se traduce en una reducción de la tasa de fluencia de energía y, por consiguiente, de la tasa de dosis, dado que se cumple la ley de la inversa de los cuadrados de las distancias.”, no deben ser dadas por el docente como una fórmula mágica sino que pueden ser construidas por los estudiantes en la discusión entre lo

observado, los preconceptos y lo normado. Todo esto, en vista de una mejora de las condiciones de trabajo y preservación de la salud de las personas profesionalmente expuestas a la radiación ionizante.

Referencias

Arcavi, A., Hadas N., (2003). *El Computador como medio de aprendizaje: Ejemplo de un enfoque*. Trad. Mejía, P., M.F. Documento de Trabajo del Grupo EM&NT. Área de Educación Matemática, Instituto de Educación y Pedagogía. Universidad del Valle.

Autoridad Regulatoria Nuclear (ARN), (2001). *Norma AR 10.1.1. Revisión 3. Norma Básica de Seguridad Radiológica*. D.3.3.1. Aprobada por Resolución del Directorio de la Autoridad Regulatoria Nuclear N° 22/01. Boletín Oficial N° 20/11/01.

Bilotta, FF, Werner, SM, Bergese, SD y Rosa, G. (2013). *Impacto e implementación de entrenamiento basado en simulación para seguridad*. The Scientific World Journal, 2013, 652956. <https://doi.org/10.1155/2013/652956>

Canadian Nuclear Safety Commission (CNSC) (2018). *Radionuclide Information Booklet*. http://www.nuclearsafety.gc.ca/pubs_catalogue/uploads/radionuclide-information-booklet-2018-eng.pdf.

Cherry, S., Sorenson, J., Phelps, M. (2012). *Physics in Nuclear Medicine*. Saunders.

Einisman, C. (2013), *Indicadores para la optimización procedimental en Medicina Nuclear*. [Tesis]. UNSAM. <https://ri.unsam.edu.ar/handle/123456789/1292>.

Einisman, C., (2015). *Simulador de exposición a la radiación ionizante en personal profesionalmente expuesto, para la enseñanza en educación superior*. [Trabajo final]. UNSAM. <https://ri.unsam.edu.ar/handle/123456789/1276>

Einisman, C., (2018). *Aporte de la simulación a la seguridad de los sistemas*. Colección Seguridad, Hojitas de conocimiento, p. 213-214. IDAES, CNEA. https://www.cab.cnea.gov.ar/ieds/images/extras/hojitas_conocimiento/2018/EINISMAN_Aporte_de_la_simulacion_a_seguridad_SEGURIDAD_16_213-214.pdf

Foucault, M., (2000). *Hermenéutica del sujeto*. Altamira. (1º edición 1982).

IAEA (2016). *Protección radiológica y seguridad de las fuentes de radiación: Normas básicas internacionales de seguridad*. OIEA.

Kant, E. (1990). *Fundamentación de la metafísica de las costumbres*. Trad. Manuel García Morente, Porrúa. (1º edición 1797).

Kortaghen, F., La práctica, la teoría y la persona en la formación del profesorado. ISSN 0213-8646. Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 68 (24,2) (2010), 83-101.

Issenberg, S. B., McGaghie, W. C., Petrusa, E. R., Lee Gordon, D., & Scalese, R. J. (2005). *Features and uses of high-fidelity medical simulations that lead to effective learning: a BEME systematic review*. Medical teacher. 27(1), 10–28. <https://doi.org/10.1080/01421590500046924>

Muñoz, F., Martínez López, C., Jiménez Arenas J., (2011). *Phrónesis, Prudentia y Praxis. Teorías y Prácticas de la Paz*. Instituto de la Paz y los Conflictos de la Universidad de Granada.



Complementariedad entre geometrías sintética y analítica. El caso de las rectas tangentes a una circunferencia. Una propuesta para la enseñanza secundaria

María Clarisa Contadín; Karina Lacaria
Egresadas del Diploma en Enseñanza de la Matemática - Nivel Secundario- Cohorte 2020

Resumen

El propósito del siguiente trabajo es estudiar la complementariedad entre las geometrías sintética y analítica en la resolución de problemas geométricos, utilizando como medio el software GeoGebra. La propuesta consiste en presentar a los y las estudiantes un problema de geometría que se pueda transformar o analizar desde la visión de campo de problemas. Para ello, se propone a partir de una situación vinculada con la geometría analítica, plantear una actividad previa que requiera la utilización de técnicas sintéticas para luego finalizar la propuesta con una reformulación mediante la incorporación de un parámetro. De esta manera, se posibilita y favorece el desarrollo de acciones heurísticas promoviendo la conjeturación, validación, argumentación deductiva y modelización.

Palabras clave: Geometría Analítica, Geometría Sintética, Campo de Problemas, Parámetro, GeoGebra.

Introducción

La geometría es una de las ramas de la matemática presentes en el currículum de nuestro sistema educativo. Reflexionar sobre el para qué de su enseñanza nos interpela a qué objetivos perseguimos durante la misma. El estudio de la geometría favorece el desarrollo de la conjeturación, la argumentación deductiva y la modelización (Ferragina, R. y Lupinacci, L. 2013) y por lo tanto la posibilidad que los y las estudiantes se apropien de las mismas, estará asociada a las decisiones didácticas durante la gestión de la clase.

El propósito del siguiente trabajo es presentar una situación problemática, la cual pueda resolverse complementando la geometría sintética y la geometría analítica, en pos de promover la construcción del conocimiento matemático en los y las estudiantes, a partir de la relación entre ambas geometrías y el uso de software de geometría dinámica.

A su vez, cabe destacar que una de las potencialidades que ofrecen los entornos de geometría dinámica, tiene que ver con la complementariedad entre la geometría sintética y el uso de técnicas algebraicas. Sin dudas lo anterior habilita la posibilidad de plantear situaciones problemáticas donde se pongan de manifiesto habilidades que fomenten un pensamiento geométrico-algebraico, en el que se pueda emplear la parametrización ampliando el espacio de problemas.

Propuesta

La propuesta consiste en presentar a los y las estudiantes un problema de geometría que se pueda transformar o analizar desde la visión de campo de problemas. Para ello, seleccionamos un problema de geometría analítica cuyo enunciado es:

“Hallar la ecuación de las rectas tangentes a la circunferencia $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 3 = 0$ trazadas desde el punto exterior (1, 4)”.

El mismo puede ser presentado en un 5º año del Ciclo Orientado de la Enseñanza Secundaria en la Provincia de Santa Fe (equivalente a 6º año de la Provincia de Buenos Aires). Nos parece importante, antes de proponer su resolución con técnicas analíticas-algebraicas, plantearnos lo siguiente: ¿Cómo transformar el enunciado para comenzar a trabajar de una manera más sencilla que facilite su planteo y resolución? ¿Cómo promover la construcción del conocimiento empleando las propiedades de rectas tangentes? Según Gascón (2002, 2003) es necesario proponer problemas geométricos que, si bien requieren la utilización de técnicas analíticas para ser resueltos con toda generalidad, al ser resueltos previamente de manera sintética pone en primer plano el diseño de la estrategia de resolución que se empleará luego por el camino analítico.

Por lo tanto, se propondrán tres actividades: la primera de ellas será previa al problema original que se menciona, con un enunciado adaptado para su resolución con técnicas sintéticas con el fin de trabajar las propiedades de rectas tangentes. Este trabajo abrirá el camino para el posterior desarrollo de la actividad con técnicas analíticas-algebraicas. Seguidamente, se presentará el problema original ya mencionado, para ser resuelto con técnicas analíticas-algebraicas; y por último, teniendo en cuenta que se trata de un problema de geometría que puede transformarse o analizarse desde la visión de un campo de problemas, se propone una reformulación de la actividad original en la que se incorpora un parámetro.

Las actividades propuestas emplearán el software GeoGebra como medio en la construcción del conocimiento por parte de los y las estudiantes. La misma se posibilita a través de investigación, exploración y descubrimiento, usando los diferentes recursos disponibles en el *software* que sirven de soporte para sus acciones mentales (Alves, Lima y Soares, 2007).

Con lo anterior se pretende que los y las estudiantes puedan conocer las propiedades de los objetos geométricos, por medio de la exploración y la elaboración de conjeturas, para luego, empleando técnicas analíticas y algebraicas cuenten con recursos que les permitan usar otras técnicas proporcionando respuestas con distinto grado de generalidad (Álvarez, 2014, p.47).

El empleo de un software de geometría dinámica aporta elementos importantes para relacionar el mundo empírico —que se vivencia con las acciones realizadas sobre y con los objetos geométricos que el software permite construir— con el mundo teórico de la geometría euclidiana —que surge cuando los hechos descubiertos de manera empírica se transforman en enunciados que hacen parte de un sistema axiomático (Camargo, 2006, p.372).

Análisis

Se les presenta a los y las estudiantes la siguiente actividad de geometría sintética, la misma surge de la adaptación del problema de geometría analítica original:

“Trazar las rectas tangentes a una circunferencia que pasan por un punto exterior a la misma”

Antes de comenzar, será necesario recordar qué es una recta tangente haciendo un repaso de sus propiedades. Con lo anterior, se pretende favorecer el desarrollo de las diferentes situaciones planteadas. Se les solicitará que empleen GeoGebra para efectuar la actividad, indicándoles que realicen la construcción utilizando las herramientas “punto”, “circunferencia (centro, punto)” y “recta” (sin utilizar la herramienta “rectas tangentes”) que ofrece el software. La exploración dinámica del planteo inicial, mediante un software de geometría dinámica, acercará al/la estudiante a la formulación de una conjetura (...) mediado por un software de tratamiento simbólico, traduciendo las condiciones del planteo inicial (Álvarez, 2014, p.6).

Luego de realizar los gráficos, se les pueden formular los siguientes interrogantes, a modo de orientación: ¿Cuándo decimos que una recta es tangente a una circunferencia? ¿Qué características tiene? El objetivo es que prueben trazando distintas rectas que pasen por el punto exterior y que puedan llegar a ser tangentes a la circunferencia, analizando qué propiedades se deben cumplir para que aquello suceda. Lo anterior permitirá brindar algunas pautas que lleven a la construcción de la situación planteada empleando las herramientas que brinda GeoGebra.

Seguidamente, para continuar el análisis se les puede guiar el trabajo con las siguientes preguntas: ¿Importa la ubicación de la circunferencia? ¿Y la del punto exterior? ¿Puede ser una circunferencia de cualquier radio? ¿Cuántas rectas tangentes a una circunferencia que pasan por un punto exterior creen que se pueden trazar? ¿El punto de tangencia entre la recta y la circunferencia será único o puede haber más de uno? Se espera que los y las estudiantes prueben con distintas circunferencias y diferentes puntos exteriores, tratando de manipular las herramientas que brinda GeoGebra, para hallar las rectas tangentes. Es necesario socializar los procedimientos realizados, por lo tanto, resulta pertinente cuestionar sobre cómo encontraron las rectas y los puntos de tangencia, y qué herramientas del software han utilizado.

Posteriormente, se les indicará que pueden emplear la herramienta “rectas tangentes” para corroborar las rectas encontradas y se les sugerirá que si utilizan la herramienta “intersección”, podrán constatar si las rectas buscadas interceptan o no a la circunferencia en un único punto, hallando así el punto de tangencia. De esta manera, pueden corroborar lo anterior observando si los objetos coinciden en la vista gráfica. Las rectas tangentes a una circunferencia que pasan por un punto exterior serán como las que se muestran en la siguiente imagen (figura 1):

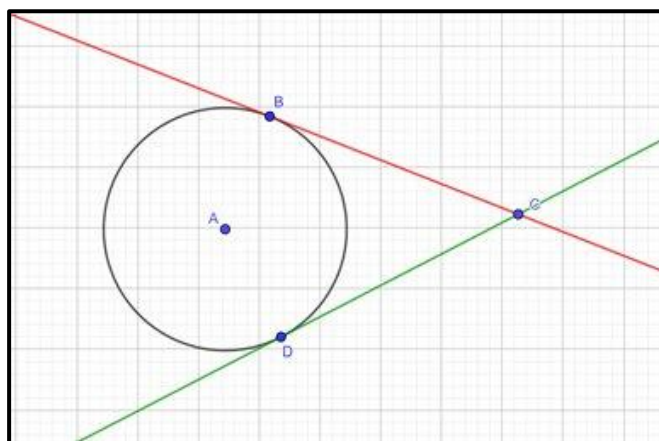


Figura 1: Trazado de rectas tangentes a una circunferencia que pasan por un punto exterior. Fuente propia.

Luego, se les pedirá que observen a través de la exploración empírica qué sucede con las rectas tangentes al arrastrar en primer lugar el punto exterior y luego el centro de la circunferencia; y que respondan: ¿Las rectas continúan siendo tangentes a la circunferencia? ¿Se pueden arrastrar los puntos de tangencia? El objetivo es que puedan evidenciar una posible relación o dependencia entre los puntos de tangencia tanto con el punto exterior como con el centro de la circunferencia.

Para continuar analizando características de la gráfica, se les pedirá que tracen los segmentos que unen el centro de la circunferencia con los puntos de tangencia, y los que unen los puntos de tangencia con el punto exterior. Esto permitirá visualizar un cuadrilátero, como se muestra en la imagen (figura 2):

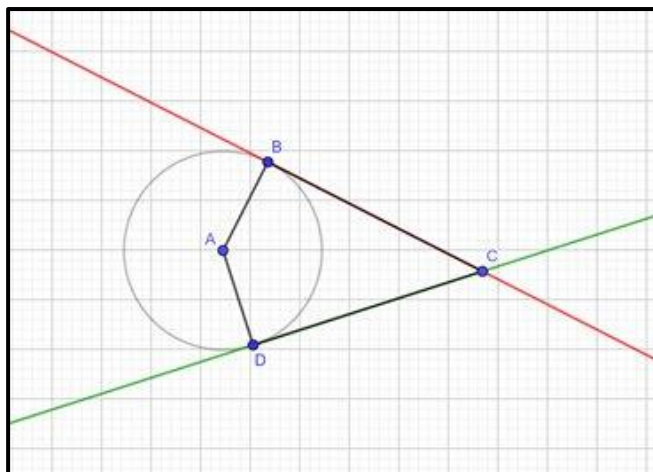


Figura 2: Obtención de un cuadrilátero. Fuente propia

Los interrogantes que se efectuarán son los siguientes: en el cuadrilátero observado, ¿Qué pueden decir de los ángulos ABC y ADC? Los mismos son rectos, la herramienta “ángulo” que ofrece el programa, permitirá visualizar aquello (figura 3):

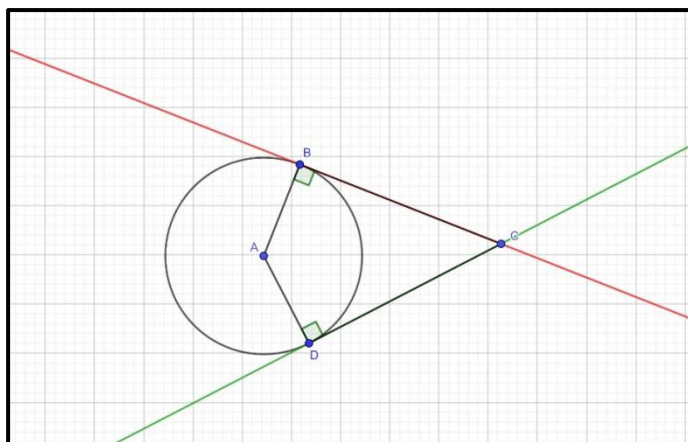


Figura 3: Ángulos rectos formados por los radios y las tangentes. Fuente propia

Teniendo en cuenta lo anterior, se les pedirá que arrastren el punto exterior y observen qué ocurre con los ángulos ABC y ADC. Mediante la exploración es posible determinar que al arrastrar el punto exterior los ángulos continúan siendo rectos; además, algo que puede surgir durante esa exploración, es que al interceptarse el punto exterior con la circunferencia, el cuadrilátero desaparece.

En virtud de lo desarrollado hasta el momento, resulta oportuno continuar el análisis con la siguiente pregunta: ¿Qué propiedad presenta una recta tangente trazada desde un punto exterior a una circunferencia, con respecto a su radio? Con lo anterior se intenta poner de manifiesto una de las propiedades de la misma. En este momento de la clase, se establecerán una de las propiedades de las rectas tangentes: ***toda recta tangente trazada desde un punto exterior es perpendicular al radio de la circunferencia en su punto de tangencia.***

Además de esta última propiedad, se pueden analizar otras propiedades de las rectas tangentes. Por ejemplo, es posible pedirles que observen, por un lado, qué sucede con las medidas de los lados del cuadrilátero, al arrastrar el punto exterior. Esta exploración habilitará enunciar la propiedad que establece que los segmentos que unen los puntos de tangencia con el punto exterior, siempre son congruentes. Por otro lado, se puede analizar también a través de la exploración qué sucede con el ángulo que forma cada recta tangente con la diagonal mayor, dando lugar a otra de las

propiedades: la semirrecta que pasa por el centro de la circunferencia y el punto exterior es bisectriz del ángulo formado por las rectas tangentes

La resolución con técnicas sintéticas, potenciada con el uso de GeoGebra, ha requerido emplear conceptos tales como perpendicularidad y tangencia, y para ello ha sido necesario llevar a cabo un procedimiento que consta de diferentes pasos necesarios para atender a lo solicitado, utilizando objetos y herramientas ya conocidas por los y las estudiantes y a partir de las mismas se puede ir diseñando posibles estrategias que permitan ser retomadas en la resolución con técnicas analíticas (Ferragina y Lupinacci, 2013).

A continuación, se propone desarrollar el problema de geometría analítica seleccionado originalmente.

“Hallar la ecuación de las rectas tangentes a la circunferencia $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 3 = 0$ trazadas desde el punto exterior (1, 4)”

Se espera que los y las estudiantes empleen técnicas algebraicas para analizar esta consigna, tendientes a verificar las ecuaciones de las rectas tangentes observadas a través del software.

Para comenzar, se sugiere que realicen un bosquejo de la gráfica en GeoGebra para facilitar su comprensión y visualizar que se trata de una situación como la anterior, pero en este caso, se indican una circunferencia en particular y un punto exterior específico. Se orientará esta actividad, indicando al grupo de estudiantes que ingresen tal como se solicita la ecuación de la circunferencia y las coordenadas del punto, en la barra de entrada de GeoGebra. Luego, con las herramientas del software ya conocidas, podrán trazar las rectas tangentes y hallar los puntos de tangencia.

Una de las potencialidades que ofrece el software es que permite expresar aquella ecuación general de la circunferencia, en su forma canónica; esta última, permite conocer el centro y el radio de la misma. Se puede indicar a los y las estudiantes que es posible conocer aquellos, empleando la herramienta propiedades, y desde allí utilizar el comando Álgebra que permite expresar la ecuación en forma canónica (figura 4).

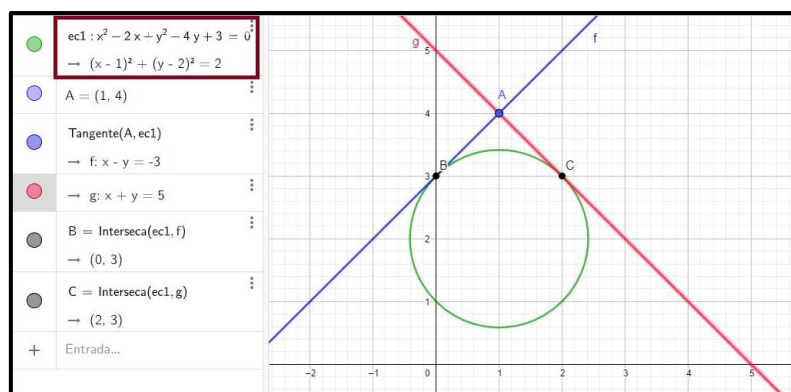


Figura 4: Visualización de la circunferencia en las vistas algebraica y gráfica. Fuente propia.

Seguidamente, se puede orientar el trabajo indicando que observen en la vista algebraica del software las ecuaciones de las rectas. Por defecto, el software permite visualizarlas en la forma general, entonces es oportuno aclarar que GeoGebra permite expresar las ecuaciones de las rectas tangentes en diferentes formas algebraicas, pudiendo observarse, también, de manera explícita (figura 5).

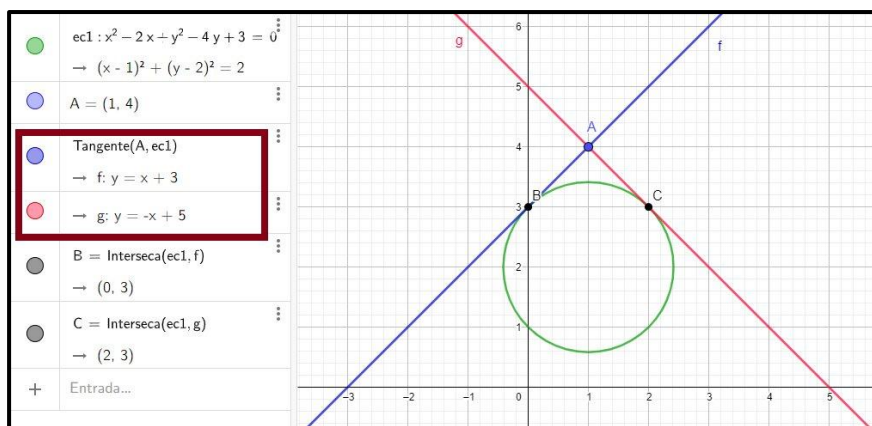


Figura 5: Ecuaciones explícitas de las rectas tangentes. Fuente propia

En esta instancia, una de las cuestiones que surge es cómo corroborar las ecuaciones de las rectas que aparecen en la vista algebraica, aplicando técnicas algebraicas. En virtud de aquello, se interrogará al grupo de estudiantes de la siguiente manera: ¿Cómo procederían para verificar las ecuaciones de las rectas tangentes observadas en la vista algebraica del software? ¿Qué elementos son necesarios para expresarla? Con lo anterior, se trata de que los y las estudiantes empleen la ecuación de la recta que pasa por dos puntos puesto que GeoGebra, permite visualizar las coordenadas de los puntos de tangencia, además del exterior que es un dato del problema. Para orientarlos y orientarlas, es posible recordar al grupo de estudiantes, uno de los axiomas de la geometría euclidiana: *dos puntos determinan una recta a la cual pertenecen*.

A continuación, se les indicará que corroboren aquellas ecuaciones, empleando los puntos de tangencia: B(0,3) y C(2,3), y el punto exterior: A(1,4). Mediante el empleo de técnicas algebraicas, se verificarán las ecuaciones de las rectas tangentes f y g, al compararlas con las ecuaciones explícitas de las rectas tangentes, que se evidencian en la vista algebraica de forma explícita.

Además, se les puede pedir al grupo de estudiantes que grafique las rectas que pasan por el centro de la circunferencia y por cada uno de los puntos de tangencia, para que establezcan qué relación existe entre las pendientes de las tangentes y la de las rectas que incluyen los radios. Lo anterior permite verificar, mediante el empleo de técnicas algebraicas, una de las propiedades enunciadas anteriormente: el radio es perpendicular a la recta tangente en su punto de tangencia.

Por último, se les pedirá que observen qué sucede con las rectas tangentes al arrastrar el punto exterior, si las mismas continúan siendo tangentes a la circunferencia y si se puede arrastrar el centro y los puntos de tangencia; con el objetivo de poder evidenciar una posible relación o dependencia entre el punto exterior y los puntos de tangencia. La resolución con técnicas algebraicas-analíticas potenciada con el uso de GeoGebra ha requerido emplear conceptos como: ecuación de una recta que pasa por dos puntos y pendiente de una recta, conceptos que no habían sido abordados en la solución sintética, y que complementan lo trabajado hasta el momento.

La última consigna a presentar, es una adaptación del enunciado original incorporando un parámetro que permita analizar las relaciones entre los objetos geométricos a partir de las potencialidades de entornos informáticos dinámicos. A través de esta nueva situación, se trata de dar lugar a nuevos recorridos y a la constitución de un campo de problemas. A continuación, se enuncia la misma:

“Hallar la ecuación de las rectas tangentes a la circunferencia $x^2 - 2x + y^2 - 4y + 3 = 0$ trazadas desde el punto exterior $A=(1, b)$ ”

En primer lugar, se les sugiere a los y las estudiantes que efectúen un bosquejo de la situación, pues facilita nombrar y ubicar los objetos matemáticos implicados en el planteo y la resolución de la consigna (figura 6).

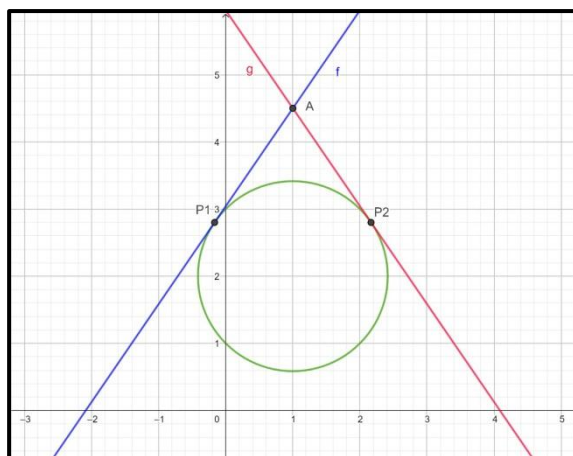


Figura 6: Rectas tangentes a la circunferencia trazada desde el punto exterior A. Fuente propia

Se prosigue, indicando a los y las estudiantes que desplacen el punto A, movilizándolo sobre la misma abscisa ya que el dinamismo que propone el software, permite visualizar las diferentes soluciones para los distintos valores de **b** y elaborar conjeturas de una posible relación entre el punto exterior y los puntos de tangencia. Se les pedirá que observen en la vista algebraica cómo van cambiando las ecuaciones de las rectas tangentes de acuerdo al parámetro **b**.

Una vez realizado lo anterior, se pedirá que incorporen un deslizador “b”, el cual representa el parámetro **b** correspondiente a la ordenada del punto exterior A.

Para ello, se les pedirá que observen tanto la vista gráfica como la vista algebraica y analicen qué sucede con las rectas tangentes cuando b toma los siguientes valores: 4, 3.4, 2, 0.59, 0.

El objetivo es que exploren utilizando el deslizador y analicen algunas particularidades que se pueden observar según el valor de b. Al realizarlo, se visualizará que cuando el parámetro b tenga un valor igual a 4 las rectas son perpendiculares entre sí. Lo mismo ocurre si b es igual a 0. Lo anterior puede verificarse, observando en la vista algebraica las pendientes de las rectas tangentes, de tal manera que al realizar su producto se obtenga -1, e incluso verificando la medida de los ángulos que forman las mismas.

También sucederá que, para ciertos valores de b, las coordenadas de los puntos de tangencia P1 y P2 aparecen en la vista algebraica con un signo de interrogación (“?”), como así también las ecuaciones de las rectas, como se muestra en la imagen (figura 7):

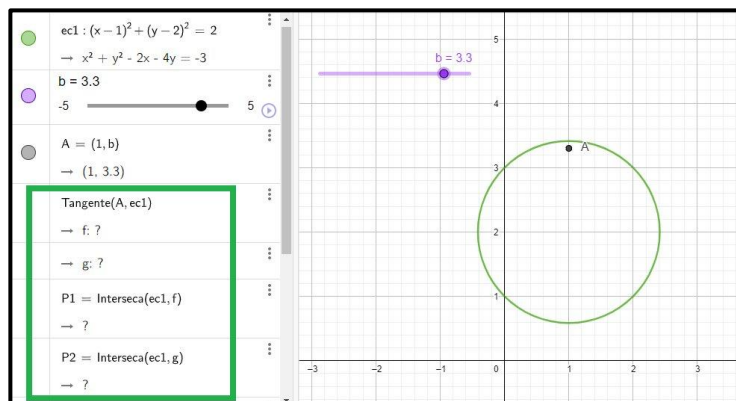


Figura 7: En la vista algebraica se visualiza que no existen las tangentes. Fuente propia

Teniendo en cuenta lo observado, se les preguntará: ¿Para qué valor de b no es posible visualizar las rectas tangentes? El objetivo es que observen que lo anterior no ocurre solo para un valor, si no para un intervalo de valores de b , por lo tanto, seguidamente se les pedirá que respondan: ¿Entre qué valores del parámetro b , no es posible visualizar las rectas tangentes? ¿Cómo justificarían esa imposibilidad?

Al observar la gráfica, es posible visualizar que para aquellos valores de las ordenadas que corresponden tanto, a los puntos de tangencia ($P1$ y $P2$) que coinciden con el punto A (al arrastrarlo) sobre la circunferencia, como para los otros puntos interiores de la misma, cuyas ordenadas se encuentran entre la de los dos mencionados anteriormente, las expresiones de las rectas tangentes resultan inexistentes, y por lo tanto no es posible visualizarlas en la gráfica. Por lo anterior, se les preguntará: ¿Cómo determinarían los valores de b ? ¿Será posible determinarlos observando la gráfica? Los y las estudiantes podrán visualizarlos directamente desde el software utilizando el deslizador e identificando el intervalo haciendo coincidir los 3 puntos (A , $P1$ y $P2$), determinando que entre los valores 0,6 y 3,4 de b , no es posible visualizar las rectas tangentes, como se muestra en las imágenes (figuras 8 y 9):

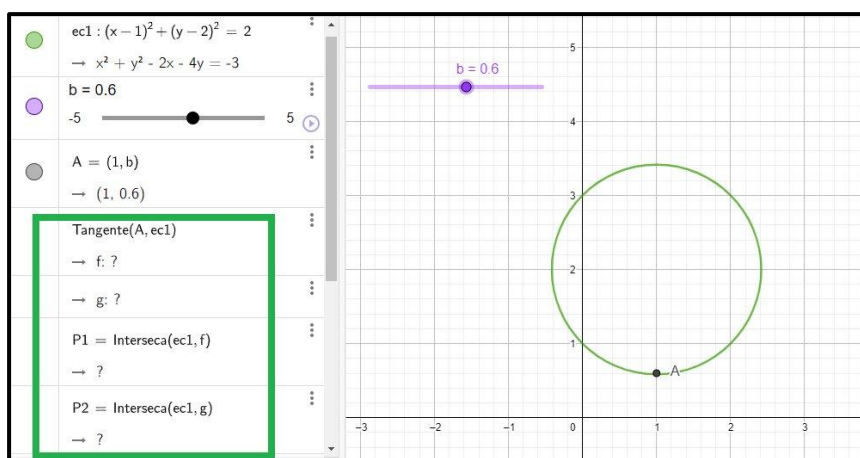


Figura 8: No existen las tangentes cuando b es igual a 0,6. Fuente propia

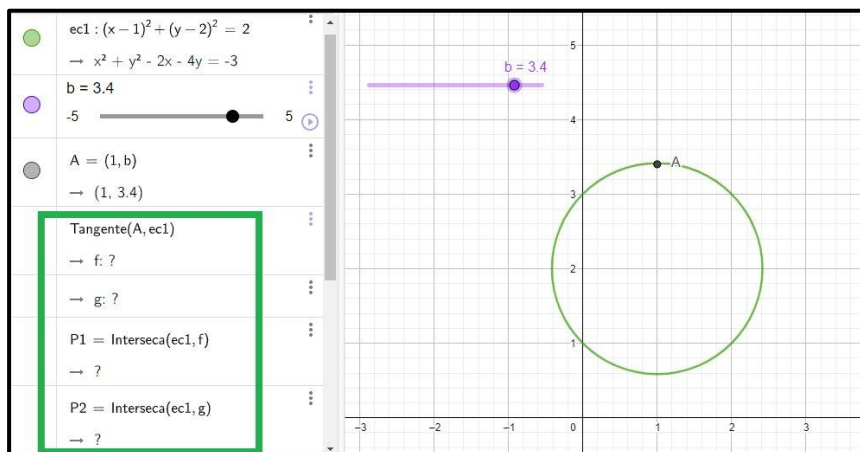


Figura 9: No existen las tangentes cuando b es igual a 3,4. Fuente propia

Antes de intentar justificar esta imposibilidad, es necesario reflexionar que los anteriores valores de b son aproximados, dado que el software considera una cantidad de decimales. Por lo tanto, se les preguntará: ¿Podrían corroborarse a partir de los datos que se tienen de la circunferencia? El objetivo es que, utilizando las coordenadas del centro y el valor del radio, encuentren los extremos del intervalo. De manera analítica se deben hallar en primer lugar los dos puntos sobre la circunferencia para los cuales no están definidos las tangentes y posteriormente determinar el

intervalo. Utilizando las coordenadas del centro de la circunferencia y la longitud de su radio, hallamos los dos puntos sobre la circunferencia: $C1=(1,2 - \sqrt{2})$ y $C2=(1,2 + \sqrt{2})$. Por lo tanto, no es posible visualizar las rectas tangentes entre los siguientes valores del parámetro b : $(2 - \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2})$.

Finalmente, para justificar por qué no es posible visualizar las rectas tangentes, se debe a que para aquellos valores de b el punto A no es exterior, sino interior a la circunferencia, y por lo tanto no es posible trazar una recta tangente desde un punto interior, pues cualquier recta que pase por un punto interior, intercepta a la circunferencia en dos puntos.

La resolución dinámica en la que se ha incorporado un parámetro ha permitido mostrar las relaciones que existen entre variables y parámetros dentro los problemas geométricos-algebraicos (Ferragina R. y Lupinacci L., 2011), además de mostrar qué retroacciones es posible realizar con respecto al software (Bifano F. y Lupinacci L., 2012) y la existencia de la dependencia funcional de elementos desde la perspectiva analítica (Ferragina R. y Lupinacci L., 2013).

Conclusiones

Hemos propuesto una serie de actividades para estudiantes avanzados del nivel secundario, que permiten trabajar sobre problemas geométricos a partir de la continuidad y/o complementariedad entre la geometría sintética y la geometría analítica; y que a su vez pueden transformarse en un campo de problemas geométrico-algebraicos.

La resolución de las actividades mediante el uso de Geogebra ha sido potenciada gracias a que estos entornos de geometría dinámica habilitan tanto la exploración como la elaboración de conjeturas, validación, argumentación deductiva y modelización.

El trabajo sintético ha permitido trabajar con conceptualizaciones previas necesarias para diseñar posibles estrategias que puedan ser retomadas en el camino analítico, demostrando que el trabajo con ambas técnicas produce una complementariedad y una evolución.

De la resolución con técnicas analíticas, puede observarse que el uso de GeoGebra ha dado lugar a que el análisis no se sustente sólo en el desarrollo de técnicas algebraicas, más bien surge de una relación entre las mismas.

La incorporación de un parámetro al problema de geometría analítica, ha dado lugar a un mayor análisis de las relaciones entre los objetos geométricos, mostrando la existencia de una dependencia funcional de elementos desde la perspectiva analítica.

Bibliografía

Álvarez, M. (2014). *Relación entre geometría sintética y analítica y tic's: análisis matemático - didáctico de una actividad* (Trabajo de especialización). Universidad Nacional de General Sarmiento.

Recuperado de: http://170.210.53.25/ms_idh/wp-content/uploads/2014/10/RELACION-ENTRE-GEOMETRIA-SINTICA-Y-ANALITICA-Y-TIC-E2%80%99S.-ANALISIS-MATEMATICO-DIDACTICO-DE-UNA-ACTIVIDAD1.pdf

Alves, G, Lima, S. y Soarez, A. (2007). *El razonamiento del espacio y la geometría dinámica: un estudio de caso en la educación media en Río de Janeiro*. Psicología para América Latina. Revista Electrónica ISSN 1870-350X. Universidad Federal de Rio de Janeiro.

- Bifano, F.; Lupinacci F. (2012). *¿Misión posible, una construcción imposible?* En Ferragina, R. (Ed.), *GeoGebra entra al aula de Matemática* (p. 39-48). Buenos Aires: Espartaco.
- Camargo, L. y otros. (2006.) *Una visión de la actividad demostrativa en geometría plana para la educación matemática con el uso de programas de geometría dinámica*. Sociedad Colombiana de Matemáticas XV Congreso Nacional de Matemáticas 2005 Apuntes.
- Ferragina, R. y Lupinacci, L., (2011). *Una propuesta didáctica con distintos grados de parametrización en entornos de geometría dinámica: El caso de la circunferencia desde un enfoque geométrico-algebraico en la formación de profesores*. En Corica, A., Bilbao, M., Gazzola, M. (Eds.). *Actas del I Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática- ICIECyM. II Encuentro Nacional de Enseñanza de la Matemática - II ENEM* (pp. 115-121). Tandil, Argentina: Duográfica Ltda. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/20825/1/Ferragina2011Una.pdf>
- (2013). *Campo de problemas geométrico-algebraicos en la formación del profesor. Un posible estudio en entornos dinámicos*. En P. Perry (Ed.), *Memorias del 21º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Ferragina, R. (2020). *Problemas de la enseñanza de geometría métrica y analítica. ¿Ruptura o continuidad entre la geometría sintética y la analítica?* Material ad doc. Escuela de Humanidades. Educación Virtual. Universidad Nacional de San Martín.
- (2020). *Problemas de la enseñanza de geometría métrica y analítica. Una posible transición entre dos geometrías: sintética y analítica*. Material ad doc. Escuela de Humanidades. Educación Virtual. Universidad Nacional de San Martín.
- Gascón, J. (2002). *Evolución de la controversia entre geometría sintética y geometría analítica. Un punto de vista didáctico matemático*. *Disertaciones del Seminario de Matemáticas Fundamentales N°28*. Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- Gascón, J. (2002). *Geometría sintética en la ESO y analítica en el bachillerato. ¿Dos mundos completamente separados?* en *Revista Suma*, 39 (p. 13-25).
- Gascón, J. (2003). *Efectos del «autismo temático» sobre el estudio de la geometría en secundaria*. *Revista Suma*, 44 (p. 25-34).
- Laborde, C. (1998). *Cabri-Geometra o una nueva relación con la geometría*. En: Luis Puig (editor) *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática*. Bogotá. Universidad de Los Andes.



Enseñar matemática a través de su historia: la falsa posición egipcia para resolver ecuaciones de primer grado en la escuela secundaria

Juan Manuel Duche

Licenciado en Enseñanza de las Ciencias- Orientación Matemática (UNSAM) - Cohorte 2015

Resumen

En el presente trabajo se propone la incorporación de métodos históricos en la enseñanza de conceptos matemáticos, fundamentado en la premisa de que dicho concepto se comprende mejor cuando se conocen y se reproducen los diversos procesos históricos que fueron necesarios para lograr su actual representación. A modo de ejemplo, se presenta el método de la falsa posición egipcia y se analiza el valor didáctico de su estudio en la resolución de ecuaciones de primer grado, brindando un puente entre la concepción intuitiva y el concepto a enseñar. Con ese objetivo, se propone una secuencia didáctica y se analizan las producciones resultantes de estudiantes del segundo año del nivel secundario de la provincia de Buenos Aires.

Palabras clave: Historia de la Matemática. Método de la falsa posición egipcia. Ecuaciones de primer grado. Proporcionalidad. Análisis de producciones.

Introducción

“Para comprender el presente hay que conocer el pasado”, reza una frase que se le escucha a muchos docentes de Historia pero no tanto a los de Matemática. Enseñar matemática de forma integral también es hacerlo a lo largo de sus procesos históricos; respetar los tiempos didácticos del aula es recrear los avances producidos a lo largo de la evolución cultural.

La historia está presente en cada una de nuestras clases, y de una manera más explícita de la que creemos. La enseñanza de los números, por ejemplo, no se realiza desde una concepción abstracta (tal como la ampliación de los campos numéricos), sino desde su evolución histórica. En la escuela, se dedican dos niveles educativos a los números naturales y –más tarde– los racionales, para luego abordar los negativos, irracionales y complejos: en la historia, los números naturales nos acompañan desde los albores de la humanidad y las fracciones desde que se quiso repartir un recurso en partes iguales; mientras que los demás conjuntos numéricos cuentan con pocos siglos y, a excepción de los números negativos, su uso no está extendido a lo cotidiano. A su vez, evidenciar aspectos de estos procesos históricos, lejos de hacer perder “rigor matemático” enriquece, humaniza a la Matemática: siendo el 12 un número tan útil para la sociedad desde sus inicios (el menor con tantos divisores, que permitió agrupar tanto meses como panes de a 2; 3; 4 y 6), no es de extrañar que el 13 (primo, impar, nada comparable a su antecesor) sea tan vapuleado, al punto de que algunos edificios pasen del piso 12 al 14, esos martes los enamorados no quieran casarse ni los viajeros embarcarse, y varias personas piensen seriamente en echar a un invitado antes de agregar al silla trece a su mesa. *“Las matemáticas, como cualquier actividad humana, necesitan ser reubicadas en sus diferentes contextos socioculturales. Al hacerlo, comenzamos a ver los eventos pasados (y modernos) de una manera más rica, capaz de proporcionarnos una comprensión más profunda del conocimiento*

matemático. A su vez, esto puede permitirnos comprender mejor la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas” (Radford, 1996, pp. 130).

En este sentido, la inclusión de procesos históricos relacionados con conceptos matemáticos favorece abordarlos muchas veces desde una mirada intuitiva, lo que permite una mejor comprensión del objeto de estudio. Tal es el caso de la enseñanza de ecuaciones de primer grado y el método egipcio de la falsa posición. La enseñanza del álgebra y la gran dificultad que conlleva su estudio en muchos estudiantes ha sido fuente de cuantiosas investigaciones en el país y el mundo.

Entre los múltiples factores que han sido postulados, varios investigadores destacan la descontextualización de la herramienta matemática *ecuación* y su enseñanza como un objeto sin mucho sentido para el estudiante: *“Las ecuaciones son objetos complejos y su tratamiento muy temprano suele llevar a una simplificación que oculta su naturaleza y las ‘des-carga’ de sentido”* (Sessa, 2005, pp. 67). Este ocultamiento generalmente es forzado por el docente, teniendo que imponer la ecuación ante aportes totalmente válidos de los y las estudiantes: *“Otra característica de la presentación escolar es que suelen plantearse al alumno problemas para resolver con ecuaciones que no hacen necesario el uso de esta herramienta: los recursos aritméticos de los que disponen suelen ser suficientes y tanto el planteo en forma de ecuación como la resolución a través de ésta devienen en una imposición, explícita o más implícita. De este modo, separada de un elemental principio de necesidad, la nueva herramienta aparece como una complicación innecesaria”* (Sessa, 2005, pp. 69). La resolución de problemas que involucran la búsqueda de valores desconocidos es un asunto milenario, muchísimo más antiguo que el advenimiento del álgebra. Poder hacer partícipes a los estudiantes del proceso histórico *resolución intuitiva – procedimiento aritmético – igualdad algebraica* les brinda la posibilidad de caminar las mismas huellas que nuestra civilización transitó y, eventualmente, aceptar la ecuación como una herramienta útil.

Como se menciona en el Diseño Curricular de 2º año de la provincia de Buenos Aires (2007), se plantea el trabajo de resolución de ecuaciones recurriendo a métodos informales que le otorguen significado a la forma de resolución evitando la automatización de reglas sin ningún significado para los y las estudiantes (pp. 334). Además, allí también se propone trabajar con problemas en los que sea necesario el planteo y la resolución de una ecuación para encontrar la solución. La contraposición de métodos entre uno histórico y el utilizado actualmente, que surgió como una superación histórica tras miles de años de búsqueda de métodos adecuados, simbología apropiada, una teoría sustentable, y otros factores, hace que el estudiante comprenda la importancia de la herramienta utilizada y no la tome como un mero mecanismo que debe aprenderse para resolver cierto tipo de ejercicios.

No obstante, no hay que perder de vista que la incorporación del proceso histórico de un concepto matemático no implica reemplazar al concepto actual por el histórico, ni convertir la cuestión histórica en el principal objeto de estudio. Fernández Fernández (2001), en relación a esto, advierte: *“Actualmente, nadie cuestiona que el conocimiento de la historia de las matemáticas es claramente un valor añadido. Para el profesorado constituye un conocimiento altamente interesante, ya que le ayuda a comprender mejor la evolución de los diversos conceptos y procedimientos matemáticos. Para el alumnado, es una fuente de conocimiento, interés y motivación. (...) Sin embargo, no hay que olvidar que el estudio y uso de la historia de las matemáticas (a nivel no universitario) tiene que estar al servicio de la enseñanza y no debe ser un fin en sí mismo”* (pp. 10, 12).

El método de la falsa posición egipcia

A pesar de ser la primera gran civilización de la que se posee mucha información, la cultura egipcia no es tan frecuentada en la enseñanza de la matemática. Sus pocas apariciones en las aulas de nivel primario y secundario (al comparar sistemas de numeración diferentes al actual, al mencionar el origen de las fracciones, al plantear de manera intuitiva la construcción de ángulos rectos y su relación con el teorema de Pitágoras) nos dejan ver apenas una muestra de los importantes aportes que este pueblo realizó a la matemática. Entre ellos, no es tan conocida su aproximación al álgebra y al mencionado método de la falsa posición, también llamado “*regula falsi*”.

Entre los descubrimientos arqueológicos encontrados en Egipto en las tantas expediciones europeas del siglo XIX se encuentra el papiro Rhind, llamado así por el abogado escocés Henry Rhind que lo compró en Luxor en 1858, aunque el papiro haya sido exhumado en Tebas en 1855 y escrito por el escriba egipcio Ahmes en el año 1650 a.C. (Collette, 2000, pp. 40). Dicho papiro constituye un importante documento sobre los conocimientos matemáticos egipcios y se supone que era de carácter didáctico. En él se pueden encontrar problemas referidos a la aritmética, la estereometría, la geometría, el cálculo de pirámides y la resolución de problemas de ecuaciones lineales. Estos problemas, relacionados con la vida cotidiana (reparto de granos, fermentación del pan y la cerveza, almacenamiento de alimentos) se resuelven de forma aritmética o, en una simbología actual, mediante ecuaciones lineales de la forma $x + ax = b$, o $ax + cx = b$.

Para los casos de las ecuaciones lineales los egipcios desarrollaron el método de la falsa posición. En él, se da un valor cualquiera a la cantidad que se quiere conocer, sea el correcto o no. Si no lo fuera, se “corrige” mediante un cálculo. Por ejemplo, en el caso de $x + \frac{x}{4} = 15$ (problema 26 del papiro Rhind) se asigna un primer valor a x y se comprueba si hay igualdad. En este caso, se podría proponer que x sea igual a 4 (o cualquier número divisible por 4 que convierta a la fracción en un número entero y haga más sencilla la operación) resultando que $4 + \frac{1}{4} \cdot 4 = 4 + 1 = 5$. Sin embargo, el resultado tendría que haber dado 15, no 5. Esto se debe a que 4 es una respuesta incorrecta. ¿Cómo solucionar este error? Siendo el resultado deseado el triple del resultado obtenido, podría proponerse como nueva solución el triple de la solución planteada; o sea, $4 \cdot (15:5) = 4 \cdot 3 = 12$. Es decir que 12 es la respuesta. De esta manera, los egipcios podían dar un resultado cualquiera al problema, y luego “arreglarlo” para llegar al verdadero.

Si bien el método resulta un algoritmo aritmético, en él se pueden observar tres aspectos fundamentales para el estudio de las ecuaciones que pueden resultar en obstáculos epistemológicos en el alumnado. De un modo general, las primeras aproximaciones al estudio de ecuaciones se realizan mediante relaciones de primer grado, y éstas son interpretadas por los y las estudiantes como una igualdad numérica en donde la incógnita es un número a develar: *la x está tapando un número, y si averiguo ese número puedo hacer que la operación dé el resultado que aparece después del signo igual* (Panizza; Sadovsky; Sessa, 1996).

En primer lugar, el método egipcio propone una igualdad, presenta datos faltantes en la primera parte del problema y da una solución al mismo. Esto es importante destacarlo, ya que es común observar la confusión que genera en el paso de la aritmética al álgebra la posición de “respuesta” al segundo miembro de una igualdad. Los y las estudiantes, acostumbrados a las operaciones aritméticas, no reconocen el signo igual como una igualdad entre dos expresiones sino como una finalización de las cuentas a resolver. Este tipo de problemas propone una solución y traslada la búsqueda de un valor al primer miembro de la igualdad y hace que se resignifique el signo igual.

Por otro lado, aun cuando no se explicita con el uso de una letra, el concepto de “un número” como valor desconocido les permite interpretar ese dato faltante como un valor a descubrir y que debe cumplir una condición específica para que se cumpla la igualdad. Este método es desarrollado desde los primeros años de la primaria con las sumas complementarias, y más adelante con el estudio de la división y la raíz cuadrada como complementos de la multiplicación y la potenciación, pero no siempre es retomado en el estudio de las ecuaciones.

Finalmente, este método propicia el reemplazo de la letra por cualquier valor, independientemente de que ese valor sea el que permita obtener la igualdad numérica, dando lugar a la futura apropiación del concepto de variable. La noción antes mencionada de la letra como incógnita, como número a develar, obstaculiza la concepción de la noción de variable, ya que reduce las expresiones algebraicas a operaciones numéricas en las que falta conocer un dato, en lugar de ser entendidas como expresiones generales para las cuales la letra puede significar cualquier valor numérico, sin importar si se cumple o no la condición de igualdad. La concepción de ecuación como igualdad numérica puede bloquear el acceso a la comprensión de la naturaleza de las ecuaciones con dos variables, ya que en las mismas es imposible interpretar cada una de las variables como número desconocido (Panizza; Sadovsky; Sessa, 1996). Además, partir de un valor incorrecto, aceptar la desigualdad y aprovecharla para llegar al valor que cumpla la igualdad, es muy importante para recordarles que una letra puede ser cualquier valor, dando a conocer de manera intuitiva la noción de variable.

Propuesta didáctica

Con el objetivo de poder abordar un contenido habitual en los diseños curriculares desde un enfoque diferente, en el momento en que los y las estudiantes puedan adquirirlo “sin preconceptos”, esto es, utilizarlo sin conocer la herramienta matemática habitual para desarrollar esos contenidos, se propone una secuencia didáctica (que fue implementada en el año 2016 en escuelas de la provincia de Buenos Aires). Al inicio de la unidad destinada a la enseñanza de la noción de ecuación y de su resolución, con el objetivo de que los y las estudiantes pudieran reconocer los conceptos matemáticos como construcciones sociales, los cuales se produjeron a lo largo de la historia, y hacerlos partícipes de esa construcción: primero desde la resolución intuitiva, luego desde la solución encontrada por los egipcios. En palabras de González Urbaneja (1991), *“la perspectiva histórica permite dar una visión más panorámica de los problemas, calibrando con mayor precisión la importancia de los diversos temas, quedando así mejor articulados dentro del contexto de la asignatura”* (pp. 287).

Con ese propósito, la secuencia didáctica se desarrolló en dos instancias de trabajo. Al inicio, luego de una introducción histórica sobre la civilización egipcia y el papiro Rhind, se propuso resolver uno de sus problemas de forma intuitiva, sin abordarlo desde las ecuaciones o desde la falsa posición. Luego, una vez que se realizó una puesta en común entre los grupos de trabajo, se presentó el método egipcio, y se les propuso otro de los problemas del papiro Rhind (en donde la solución es un número racional) para que resuelvan utilizando, en primer lugar el método intuitivo que usaron en el problema anterior, y en segundo lugar la falsa posición, con el objetivo de que pudieran comparar los métodos usados.

Análisis de las producciones

Las producciones realizadas por los y las estudiantes se encuentran separadas en las dos instancias de trabajo mencionadas anteriormente. En líneas generales, los

resultados obtenidos en las producciones fueron los esperados, aunque en algunos casos las respuestas de los estudiantes resultaran dispares.

Primera instancia

En el inicio de la secuencia los y las estudiantes, separados en grupos, debieron resolver de forma intuitiva el problema 26 del papiro Rhind: “Una cantidad más un cuarto de ella son 15. ¿Cuál es la cantidad?”. Al no presentarse más que el enunciado, los grupos resolvieron el problema de distintas formas.

Las producciones grupales se dividieron dos métodos de resolución. Por un lado, graficando un entero dividido en cuartos (como menciona el problema) y un cuarto más por separado; de esta forma, reconocieron que quedaban cinco cuartos y, como debían llegar a 15, cada uno de esos cuartos estaba ocupado por el número 3 (enfático la palabra ocupado, ya que los que usaron este método “ocuparon” cada uno de los cuartos con el número 3): los “cuatro cuartos” formados por los 3 determinan la solución, 12 (figura 1).

*Una Cantidad más un cuarto de ella son 15

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 3 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} = 15$$

Rta: La Cantidad es 12 porque $\frac{1}{4}$ de la Cantidad multiplicado por 4 (con el mismo número random) más uno de esos números da el resultado pedido

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 3 & 3 & 3 & 3 \\ \hline \end{array} + 3 = 12 + 3 = 15$$

• Respuesta: nosotros empezamos graficando un rectángulo al cual lo dividimos en 4 partes iguales para representar la "cantidad" que no sabemos. Luego empezamos pensando que la cantidad debía ser menor a 15 y entonces empezamos a dividir 4 por números menores a 15, hasta que llegamos a $4 : 1.2$ que nos dio 3, a eso le sumamos un 3 (el cual es $\frac{1}{4}$ de la cantidad) eso nos dio como resultado que la cantidad buscada es 15.

Figura 1: Producciones 1 y 2, respectivamente. Fuente propia.

En la Producción 1, con resolución gráfica, se puede observar que para el grupo el número 3 es un número “random”, dando a entender que su elección se produjo por azar. Si bien en la representación gráfica se puede apreciar que interpretan al 15 como cinco cuartos (el cuarto “suelto” es más grande que los que conforman el entero, pero el gráfico respeta la estructura del problema y todos los cuartos fueron completados con el mismo valor numérico), en su explicación no se infiere que hayan llegado al 3 como la razón entre 15 y 5, sino como una búsqueda de sumas reiteradas en las que la solución debía ser 15. En la Producción 2, el 3 como valor de cada cuarto (aquí no graficaron los cinco cuartos sino solamente el entero dividido en cuartos y agregaron el quinto posteriormente para obtener la suma deseada) se obtuvo al dividir por 4 a números menores a 15, llegando así a que $12:4$ da 3 y, al sumarle a ese 12 otro 3, se llega al 15 de la solución. Es interesante observar que en su argumentación no se evidencia que reconozcan la existencia de cinco cuartos en el problema pero en su resolución sí, ya que no sólo buscan dividir números menores a 15 por 4 sino que además vuelven a utilizar el resultado de dicha división en la suma (podríamos interpretar algebraicamente su razonamiento como $4x + x = 15$).

Otros grupos “fueron probando” los valores que cumplían la condición pedida, buscando el cuarto del número y luego sumándole el mismo número (figura 2).

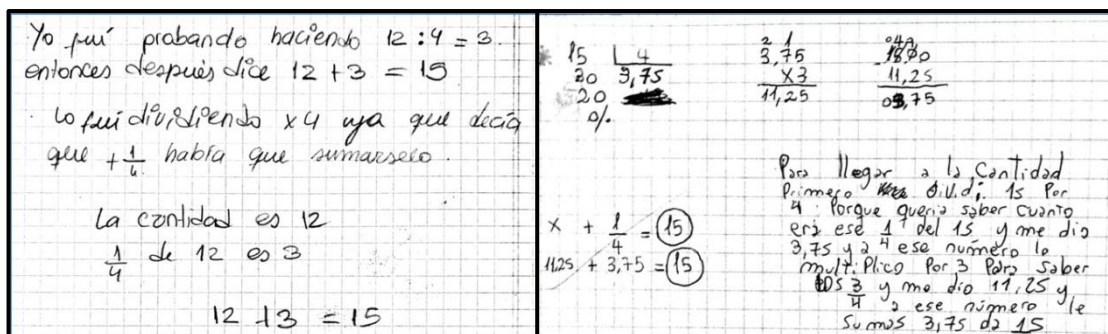


Figura 2: Producciones 3 y 4, respectivamente. Fuente propia.

Las Producciones 3 y 4 tienen puntos de comparación con la Producción 2 analizada anteriormente. En la Producción 3 el razonamiento es similar, interpretando el cálculo como correspondiente a cinco cuartos pero sin explicitarlo y poniendo el énfasis en el múltiplo de 4 (que es el valor buscado), reconociéndolo como entero, para luego sumarle el cuarto restante. En la Producción 4, por el contrario, no sólo no reconocieron los cinco cuartos del problema sino que interpretaron que la cuarta parte correspondía al 15 y no al valor desconocido. A su vez, al querer obtener el valor buscado, lo interpretaron como $\frac{3}{4}$ de 15 (en la argumentación se explicita este error de interpretación de la consigna). Pero lo más interesante de esta producción es que, tal vez queriendo darle a su producción rigor matemático, intentan escribir el problema como una ecuación. En ella podemos ver que el valor desconocido es marcado con x , pero al cuarto de él lo escriben solamente como $\frac{1}{4}$, sin reconocer que es un cuarto del valor desconocido. Al mismo tiempo, una vez encontrada la supuesta solución, los valores decimales reemplazan tanto a la variable como a la fracción sin distinción alguna. Posiblemente estos estudiantes hayan tenido algún acercamiento al concepto de ecuación y hayan reconocido este problema como uno que puede resolverse con esa herramienta, pero sus limitaciones y desconocimientos los llevaron a cometer errores conceptuales y procedimentales en pos de lograr que la solución fuera 15. Finalizando esta primera instancia de la secuencia didáctica, los grupos realizaron una puesta en común en donde surgieron algunas de las cuestiones mencionadas en el análisis previo. Los y las estudiantes pudieron reconocer los distintos métodos de resolución desarrollados en cada uno de los grupos, logrando una mayor comprensión en aquellos resueltos mediante métodos gráficos. Algunos estudiantes reconocieron la letra x como sustitución del valor a develar pero no pudieron corregir la notación de la Producción 4.

Segunda instancia

Luego de la puesta en común entre los grupos de trabajo, se pasó a la segunda parte de la secuencia en donde se presenta el método de la falsa posición egipcio. Una vez explicada la metodología de resolución egipcia, se les presentó el problema 27 del papiro Rhind: "Una cantidad y un quinto de la misma da un total de 21. ¿Cuál es la cantidad?". Allí, se propusieron las siguientes actividades:

- Resuelvan el problema de la misma manera que resolvieron el problema 26.
- Resuelvan el problema utilizando el método de la falsa posición.
- ¿Cuál les resulta más cómodo? ¿Por qué?
- ¿Qué ventajas y desventajas posee cada uno de los métodos usados?

Como era de esperarse, muchos grupos presentaron dificultades al resolverlo de forma intuitiva; incluso algunos desistieron de realizarlo. La dificultad que presenta que el valor a encontrar sea un número racional no entero hizo que la manera de resolver usada en el problema anterior (buscando resultados con valores naturales, "llenando" partes de enteros) no fuera eficaz en este caso. En ese contexto, la introducción de la falsa posición resultó provechosa para todos los grupos, quienes no tuvieron ningún

inconveniente en utilizarlo y arribar al resultado correcto. Esto se evidencia en las respuestas de las preguntas c) y d), en donde se comprueba que casi todos los grupos prefirieron usar el método egipcio ya que, entre otros motivos, permite usar cualquier valor y luego “corregirlo”. Es interesante que, aunque no quede claro en la explicación, todos los grupos usaron múltiplos de 5, ya que eso hace más simple el cálculo del quinto (figura 3).

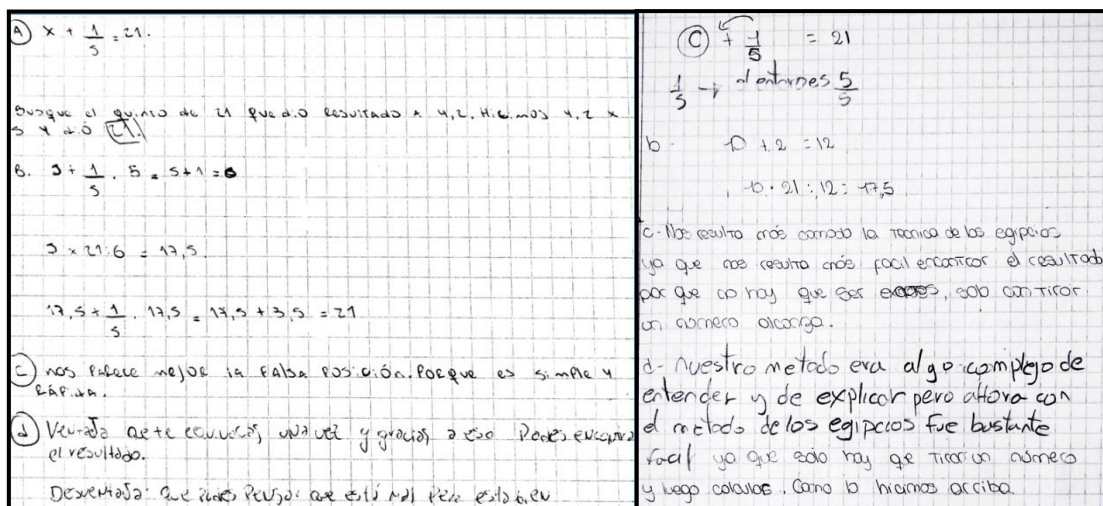


Figura 3: Producciones 5 y 6, respectivamente. Fuente propia.

En estas primeras producciones se observa que, al no poder obtener la solución de forma intuitiva, esbozan una traducción del problema a cierto lenguaje algebraico: en ambos casos reconocen la cantidad buscada con una letra, pero no hacen lo mismo con el quinto. En la Producción 6 reconocen que es un quinto de la cantidad indicándolo con una flecha, pero no llegan a ninguna resolución con esa expresión. En la Producción 5, si bien intentan resolverlo, consideran que se calcula un entero y no un quinto más, por lo que arriban a un valor erróneo. No obstante, cuando utilizan el método egipcio, sí reconocen y explicitan que se busca una cantidad más un quinto de ella, posiblemente por contar en este caso con un valor numérico que ocupe esa posición dentro del cálculo; lo mismo ocurre en la Producción 6. Esto puede deberse a que cuando utilizan un número, sea el correcto o no, les permite traducir el problema correctamente; mientras que cuando intentan escribirlo como una cantidad desconocida, por más que entiendan cuál es el cálculo a realizar no pueden escribirlo correctamente. Es decir, son capaces de interpretar correctamente la situación y de escribirla en lenguaje aritmético aunque no en lenguaje algebraico.

En cuanto a la preferencia de método, en la Producción 6 esta pregunta sirvió para evidenciar que muchas veces pueden realizar un procedimiento matemático, pero no pueden explicar lo que hicieron. Esto puede deberse a que todavía los y las estudiantes aprenden de tal forma que dependen de la explicación previa para apropiarse de un concepto, y que si bien son capaces de resolver de forma intuitiva situaciones problemáticas, cuando aparece un obstáculo (resultado no entero) o se les pide que expliciten sus producciones, no se sienten seguros o no tienen las herramientas necesarias para hacerlo.

González Urbaneja cita a Morris Kline (1978): "Durante los siglos en los que se edificaron las ramas más importantes de las Matemáticas no había un desarrollo lógico para la mayor parte de ellas. Aparentemente la intuición de los grandes hombres es más poderosa que su lógica (...) Parece claro que primeramente se aceptaron y utilizaron los conceptos que tenían mayor significado intuitivo (...) Los menos intuitivos necesitaron de muchos siglos para su creación o para su aceptación". Y prosigue: "No se puede dudar de que las dificultades que los grandes matemáticos encontraron son

también los obstáculos en los que tropiezan los estudiantes y no puede tener éxito ningún intento de acabar con estas dificultades a base de palabrería lógica” (pp. 286). No debe extrañarnos, entonces, que los y las estudiantes puedan resolver de forma intuitiva una situación problemática pero no puedan determinar o explicitar el procedimiento usado. La inclusión de métodos como el usado por los egipcios, que resultan una transición entre la intuición sin fundamentos y la herramienta con desarrollo lógico, puede ser un puente para que los y las estudiantes adquieran los conceptos matemáticos de forma más natural.

En esta Producción 7 (figura 4), a diferencia de las dos anteriores, la explicación en el método intuitivo les permite obtener el valor correcto, revelando que se están buscando seis quintos y no cinco. Tal vez al no tener la necesidad de escribir el método con una operación y utilizando en su lugar la argumentación, pudieron evitar las trabas que sufrieron los grupos anteriores. Es interesante identificar en la explicación palabras que pertenecen al problema y que son interpretadas correctamente en el desarrollo realizado: “(a) 5 (por 5/5) de ese entero tengo que sumarle 1/5 de ella”. Esto, al igual que con los grupos anteriores, sugiere que pueden reconocer a la cantidad como un valor desconocido en una operación que involucra una suma entre ella y su producto con 1/5, pero desconocer ese valor no les permite volcarlo en una expresión. En ese sentido, en las tres producciones el método de la falsa posición subsana la falta de la herramienta algebraica, pudiendo escribir dicha expresión (comprendida por todos) de forma aritmética.

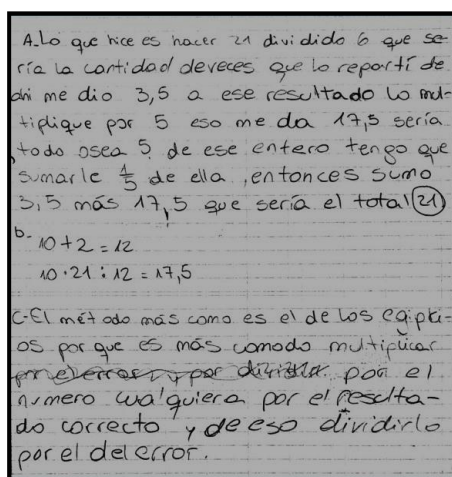


Figura 4: Producción 7. Fuente propia.

Por último, en la Producción 8 (figura 5) se observa que el grupo prefirió el método usado por ellos en la Producción 2 del problema anterior por sobre el egipcio, aunque los fundamentos fueron muy parecidos a los que sus compañeros usaron para preferir la segunda opción; esto puede deberse a que ese grupo pudo dominar la forma intuitiva elegida y apropiarse del método sin complicaciones (incluso cuando la solución fuera un número decimal), lo que hace más difícil la elección de otro método, aun cuando se reconozcan sus ventajas. Cabe destacar que este grupo es el mismo que en la primera instancia formuló con su método intuitivo una expresión traducible a $ax + x = b$, por lo que el método egipcio no les aporta una novedad sustancial en cuanto al razonamiento algebraico de la situación.

Además, en la argumentación de su elección por el método intuitivo se evidencia que obtienen sus números a partir de la constante de proporcionalidad 6/5: “(...) al tener que hacer siempre 5 dividido a un número menor a 21 y luego multiplicarlo por 6 (...)”.

(A) $3,5 + 3,5 + 3,5 + 3,5 + 3,5 = 17,5 + 3,5 = 21$

• Respuesta: Nosotras lo primero que hicimos fue un rectángulo el cual representaba la "cantidad" que luego lo dividimos en 5. Después sumamos el total que nos daba el problema el cual era 21 y sabemos que la cantidad sería que ser menor a 21. Después empezamos a dividir 5 por números menores a 21 hasta que llegamos al 17,5 que al dividirlo por 5 nos daba 3,5 que si lo multiplicamos por 6 nos daba 21 que es la cantidad.

(B) FALSA POSICIÓN =
 PRIMERO EJIJO (CUALQUIER NUMERO) QUE ES EL 5.
 $5 + \frac{1}{5} \cdot 5 = 6 \rightarrow$ RESULTADO INCORRECTO.
 FALSA POSICIÓN =
 $5 \cdot 21 : 6 = 17,5 \rightarrow$ RESULTADO CORRECTO.
 LTA = 17,5 ES LA CANTIDAD BUSCADA.

(C) El método más cómodo es el que utilizamos en el punto (A). Porque al tener que hacer siempre 5 dividido a un número menor de 21 y luego multiplicarlo por 6, se hace más sencillo y más fácil. En cambio en el método egipcio hay que realizar más sumas con diferentes procedimientos que nos pueden confundir.

(D) La ventaja de el método utilizado en el punto (B) es que es más simple y fácil pero la desventaja es que se tarda más. En el método egipcio la ventaja es que poder poner cualquier número y si después hacer el procedimiento correcto se va a dar correcto. La desventaja es que tiene más de una suma y se puede confundir.

Figura 5: Producción 8. Fuente propia.

Esto quiere decir que reconocen en el problema la expresión $\frac{6}{5}x = 21$, solo que la falta de lenguaje algebraico no les permite expresarlo de esa manera; es por eso que prueban multiplicando distintos valores por $\frac{6}{5}$ hasta obtener 21: a su propia forma, inventaron el mismo método que los egipcios. A su vez, reconocen como falencia que tardan un poco más porque tienen que probar con distintos valores hasta obtener 21; falencia que también tiene una ecuación si no se aplican mecanismos de resolución para obtener el valor de la incógnita. En esta producción podemos apreciar lo mencionado anteriormente por Sessa (2005), ya que el grupo pudo dominar las situaciones problemáticas con sus propios recursos aritméticos y la nueva herramienta impuesta por el docente les resultó innecesaria.

Algunas consideraciones posteriores a la secuencia didáctica

Luego de la secuencia didáctica propuesta y del desarrollo de la unidad de ecuaciones, se retomó en una última clase el trabajo realizado con el método egipcio, esta vez con la herramienta algebraica ya adquirida. En este caso los grupos no tuvieron ninguna dificultad en traducir los problemas a lenguaje algebraico y fueron capaces de resolver los problemas mediante ecuaciones y con el método egipcio. En esta ocasión, la mayoría de los grupos prefirió la resolución mediante ecuaciones. Entre los fundamentos aducen la rapidez de resolución con la ecuación, que había sido uno de los motivos por los que habían elegido la falsa posición por sobre la manera intuitiva.

En cuanto a las similitudes que pueden encontrarse en ambas formas de resolución, dos grupos hallaron semejanzas. Uno de ellos remarcó el uso de igualdades en ambos métodos. Esto llama la atención, ya que generalmente los y las estudiantes no suelen distinguir la importancia de las igualdades, y reconocer en el método egipcio una igualdad aritmética lo acerca al concepto usado posteriormente por los matemáticos. El otro grupo, por su parte, reconoció la existencia de una incógnita en el método egipcio, aun cuando ella no se escribiera. El hecho de reemplazar por un valor numérico que no se conoce desde un principio si es correcto o no, le da el mismo sentido que la letra en una ecuación.

Cabe destacar, finalmente, que en todas las producciones los grupos escribieron el método egipcio en lenguaje simbólico, llegando en algunas de ellas a hacerlo en lenguaje algebraico (escribiendo c de cantidad en lugar de x). Aquí se puede observar que la adquisición de la herramienta ecuación les permitió a los y las estudiantes interpretar los problemas en su forma $x + ax = b$, cuando en las instancias previas solo uno de los grupos pudo hacerlo.

A modo de cierre

En la secuencia desarrollada el enfoque histórico no se utilizó como objeto de estudio en sí mismo (no se les preguntó a los y las estudiantes cuestiones como por qué creen que en los problemas egipcios aparecían fracciones unitarias, si ello respondía a motivos específicos de esa civilización; no se realizó una evolución histórica del concepto ecuación). Sin embargo, ellos pudieron realizar una secuenciación en la que la evolución del concepto apareció sin reconocerlo como tal (intuición - falsa posición - ecuación). La secuencia didáctica fue presentada de manera tal que el método egipcio de la falsa posición fuera el nexo entre las limitaciones de sus conocimientos aritméticos y la adquisición de la ecuación como herramienta algebraica para superar dichas limitaciones.

En cada una de las instancias, los grupos fueron superando los obstáculos que se les presentaron, incorporando en cada uno de ellos nuevas nociones que allanaron el camino al concepto de ecuación. Tanto la estructura en la escritura de los problemas propuestos en el papiro Rhind como la incorporación del método egipcio ayudaron en este proceso. En la primera instancia, los y las estudiantes fueron capaces de resolver el primer problema planteado sin mayores dificultades, interpretando en la estructura de su enunciado una suma con sumandos desconocidos ($a + b = 15$), los cuales fueron buscados con distintos procedimientos aritméticos. La búsqueda de dos valores desconocidos hizo que los grupos escribieran una suma de casilleros vacíos a llenar, en lugar de la habitual resta realizada en una suma complementaria, de manera que el signo "=" se utilizó en el sentido de igualdad y no de finalización de una operación. En la segunda instancia, en la cual se plantea la dificultad de un número racional no entero como solución, algunos grupos no pudieron resolver el problema con la igualdad anterior e intentaron evidenciar dicha igualdad a partir de la escritura de una expresión algebraica. El uso de una letra como valor desconocido (la letra como valor genérico era conocida por ellos a partir del uso de fórmulas geométricas de perímetro y área) surgió desde la necesidad de poder escribir el problema en una expresión similar a la usada en la instancia anterior, aun cuando en este caso no conocieran los sumandos. La falta de un sustento teórico (concepto de ecuación) les impidió resolver correctamente esta igualdad algebraica.

Por lo que, en ese instante, la irrupción del método egipcio les permitió solventar el concepto faltante: pudieron interpretar al enunciado como una expresión algebraica pero desarrollarlo como una expresión aritmética. En el caso de los grupos que escribieron mal la expresión algebraica, usando la falsa posición subsanaron la escritura ubicando los valores propuestos por ellos en los lugares correctos, incluso cuando en su expresión algebraica hubieran omitido alguna letra. En el caso de los grupos que escribieron correctamente la expresión algebraica pero a partir de ella no pudieron resolver el problema, el método egipcio les permitió interpretar correctamente las operaciones involucradas. En ambos, la posibilidad de utilizar un valor numérico en lugar de una letra, incluso cuando dicho número fuera una solución incorrecta, corrigió los dos inconvenientes: la expresión aritmética no era suficiente para obtener una respuesta correcta y la expresión algebraica no podía ser resuelta. El grupo que pudo desde la primera instancia interpretar los problemas con un razonamiento algebraico y resolverlos con procedimientos aritméticos no necesitó ni encontró útil el método de la

falsa posición ya que pudieron realizar el paso de lo aritmético a lo algebraico sin la transición propuesta en la secuencia.

La posterior incorporación de la herramienta ecuación les brindó los fundamentos teóricos que en el proceso de la secuencia se evidenciaron faltantes. Una vez adquiridos, pudieron reconocer en la estructura de la falsa posición una ecuación, entendiendo los problemas planteados como una igualdad con datos desconocidos que podían ser escritos en lenguaje algebraico. Al mismo tiempo, respetaron el espíritu del método reemplazando a la letra por un valor propuesto, fuera el correcto o no, y subsanando el error cuando no se obtuviera la respuesta planteada. Realizar este procedimiento y no los habituales de una ecuación le dio a la letra el sentido de variable en tanto valor que puede indicar cualquier número, resulte de él una igualdad aritmética o no; interpretación muchas veces oculta en el estudio de las ecuaciones de primer grado.

Si bien la cuestión histórica no se evidencia en las respuestas y el método egipcio resulte anecdótico, los y las estudiantes pudieron comprenderlo, aplicarlo, e incluso reconocer sus ventajas frente a otras resoluciones. A lo largo de la secuencia, los y las estudiantes pudieron observar la evolución que tuvo la ecuación; no como un concepto abstracto y descontextualizado, sino como una construcción de un momento específico de la historia que evolucionó de conceptos previos, entre los que se encuentra la falsa posición. *“La capacidad crítica del estudiante no se despierta con la exposición cerrada y acabada de la ciencia estática de los manuales que, ocultando el sinuoso, zigzagueante y a veces penoso camino de la creación científica, no estimula el desarrollo de valores científicos en el sujeto discente. (...) Cumplir un programa compacto dentro de lo que era el marco cerrado de la asignatura, no propiciaba el contacto con la Historia de la Ciencia, perdiendo así la ocasión de dar una visión dinámica de la ciencia, de su evolución y desarrollo, que dé la idea de que es un organismo vivo, en proceso permanente de cambio”* (González Urbaneja, 1991, pp. 282).

Brindarles a los y las estudiantes la posibilidad de conocer cómo un concepto matemático fue evolucionando y hacerlos partícipes de dicha evolución, además de enriquecer el proceso de enseñanza y aportar matices al concepto estudiado, les recuerda que todo conocimiento es un proceso humano en constante movimiento y al servicio de la sociedad y, como tal, puede ser aprendido y construido por cada uno de los y las participantes de esa sociedad. Y que ellos mismos producen y hacen continuamente matemática, como lo hicieron tantos otros antes y lo seguirán haciendo mucho tiempo después.

Referencias

- Collette, J.P. (2000). *La civilización egipcia*, en *Historia de las Matemáticas 1*, pp. 39 – 63. México: Siglo Veintiuno Editores.
- Fernández Fernández, S. (2001). *La historia de las matemáticas en el aula*, en *Revista Uno*, 2001, 26, pp. 9-12.
- González Urbaneja, P. M. (1991). *Historia de la matemática: integración cultural de las matemáticas, génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza*, en *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, Vol. 9, Nº 3, pp. 291 – 290.
- Kline, M. (1978). *El fracaso de la Matemática moderna*. Madrid. Siglo XXI.
- Radford, L. (1996). “An Historical Incursion into the Hidden Side of the Early Development of Equations”, en Giménez, J.; Lins, R.C.; Gómez, B. (eds.),

- Arithmetics and Algebra Education: Searching for the Future*, Computer Engineering Department, Universitat Roviral Virgili, Catalonia, España, 22, pp. 120 – 131.
- Panizza, M.; Sadovsky, P.; Sessa, C. (1996). *Los primeros aprendizajes algebraicos. El fracaso del éxito*, Ciclo Básico Común – Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA, Buenos Aires.
- Sessa, C. (2005). *Una entrada al Álgebra a través de la generalización*, en *Iniciación al estudio didáctico del Álgebra. Orígenes y perspectivas*, pp. 67 – 120. Buenos Aires: Editorial Libros del Zorzal.
- Zysman, A.; PauloZZo, M. (2007). *Diseño Curricular para la Educación Secundaria: 2º año ESB*, pp. 293 – 350. La Plata: Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires.

La retroalimentación formativa en las clases de matemática en la escuela primaria: un puente entre la enseñanza y los aprendizajes

Gema Fioriti. *CEDE (Centro de Estudios en Didácticas Específicas / LICH (Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas) Escuela de Humanidades UNSAM-CONICET.*

Cecilia Cancio, Laura Esperon, *UDES- UNSAM*

Dora Uberti, *Docente de Enseñanza Primaria*

Resumen

En este artículo reflexionamos acerca del lugar de la retroalimentación en las clases de matemática en la escuela primaria, en el marco de la evaluación formativa. Nos preguntamos qué aporta a los y las estudiantes, en qué momentos interviene el/la docente con miras a retroalimentar el proceso de construcción de un conocimiento matemático y cómo se gestiona la retroalimentación en las clases. Proponemos diferentes ejemplos de prácticas de retroalimentación durante la enseñanza y el aprendizaje de matemática en la escuela primaria que intentan ilustrar las ideas presentadas.

Palabras clave: Retroalimentación. Construcción de conocimiento. Evolución del aprendizaje. Desarrollo de autonomía. Devolución

Introducción. ¿Por qué hablar de retroalimentación?

Para referirnos al concepto de retroalimentación, es necesario hacer una breve mención a su origen. La idea se remonta al campo de la ingeniería de sistemas: se habla de una información que produce un impacto y genera un cambio en un determinado sistema. Ludwig Von Bertalanffy (1969) define a la retroalimentación como un proceso de la regulación de los sistemas. Para el caso de las clases de matemática, se trata de la regulación del sistema didáctico: las relaciones entre estudiante, docente y conocimiento matemático.

En el ámbito educativo, se denomina retroalimentación a la información que la o el docente, y en ocasiones los compañeros o compañeras, brindan a un/a estudiante durante el proceso mismo de aprendizaje, para que éste/a pueda saber si está realizando bien su trabajo, si está logrando los aprendizajes esperados y también para que pueda mejorar su tarea actual y sus tareas futuras. Tomando las palabras de Ravela (2017) la retroalimentación es “información que el docente entrega a sus estudiantes, por diversas vías, que le ayudan a comprender el desempeño esperado y las diferencias con lo que efectivamente ha logrado. En otras palabras, la brecha entre lo aprendido y lo enseñado.” (p.150-151) Información, en el sentido que lo plantea Ravela, implica no solamente aportar datos, sino también plantear preguntas y orientaciones, acercar ejemplos, entre otras intervenciones. La retroalimentación favorece un avance en el aprendizaje cuando se ofrece a cada estudiante una orientación sobre sus puntos fuertes y débiles, se muestra la manera de mejorar y se brinda una oportunidad para trabajar en la mejora.

Coincidimos con Anijovich y González (2011) cuando afirman que “la retroalimentación cobra sentido en el enfoque que considera que la evaluación, además de certificar o acreditar los aprendizajes, tiene otros propósitos y funciones, como contribuir a mejorar los aprendizajes de los estudiantes y de los docentes en tanto enseñantes”. (p. 24).

El modo de retroalimentación a brindar depende del tipo de tarea de la que se trate. Puede ser de manera oral, escrita o en forma de demostraciones, cuando se trata, por ejemplo, del aprendizaje de habilidades y/o procedimientos. Siempre que sea posible,

es importante generar un diálogo entre estudiantes y docente que se oriente a explorar qué ha comprendido el alumno o alumna y que lo/a estimule a reflexionar y darse cuenta de qué es lo que ha comprendido y/o por qué su trabajo no es correcto y necesita revisión. Esto implica que el/la docente no puede enfocarse solamente en señalar los errores y asignar puntajes al desempeño de sus estudiantes.

Por otro lado, las expresiones de valoración como “debes esforzarte” o “te felicito”, no le dan a los/as estudiantes la información específica sobre qué y cómo pueden mejorar su desempeño. Una devolución significativa es la que los/as ayuda a realizar autoajustes, a desarrollar su autonomía, sin descuidar la importancia de felicitar porque anima a los/as estudiantes a involucrarse en el trabajo matemático. El/la docente puede ofrecer correcciones con mensajes orientadores, promover discusiones sobre la manera en que se ha resuelto una situación problemática o se ha interpretado una consigna, y diseñar nuevos y variados espacios de estudio sobre ciertas cuestiones que es necesario volver a enseñar.

Para que los y las estudiantes avancen en sus procesos de aprendizaje, el concepto de retroalimentación se convierte en un elemento central de la evaluación formativa.

Retroalimentar para enseñar y aprender matemática

La retroalimentación que los/as docentes ofrecen a sus estudiantes constituye una de las intervenciones más potentes en términos de aprendizaje.

En esta línea, creemos que además de diseñar consignas e identificar criterios para evaluar el trabajo de los/as estudiantes en determinadas producciones, resulta fundamental reflexionar sobre los indicadores que dan cuenta de sus comprensiones o dificultades durante el proceso de trabajo en clase:

¿Qué es importante mirar “mientras” los alumnos y las alumnas están haciendo matemática en clase? ¿Qué los/as ven hacer y qué los/as ven decir que podría considerarse evidencia de aprendizaje? ¿Qué intervenciones podrían realizar teniendo en cuenta esta información, para ayudarlos/as a avanzar?

¿Cuándo y para qué retroalimentar en las clases de matemática?

A continuación se proponen algunas posibles maneras de intervenir en diferentes momentos o situaciones de la clase de matemática para ofrecer retroalimentación formativa con diferentes sentidos.

Retroalimentación para asumir el desafío

Nos interesa aquí hacer referencia al concepto de devolución desarrollado en Didáctica de la matemática, próximo a la idea de retroalimentación.

“La devolución es el acto por el cual el docente hace que el alumno acepte la responsabilidad de una situación de aprendizaje o un problema y que acepte él mismo las consecuencias de esta transferencia”. (Brousseau 2007)

Asumimos que la enseñanza de la matemática tiene como objetivo principal el funcionamiento del conocimiento como producción libre del estudiante, es decir como respuesta a un problema o situación que significa un desafío para él/ella. Implica para el alumno/la alumna la posibilidad de elegir entre varios caminos tomando en cuenta razones intelectuales que podrán ser los saberes anteriores y las intuiciones, entre otros.

La devolución de una situación o problema requiere, que el/la docente además de presentar la consigna o enunciado, intervenga para hacer que el/la estudiante se haga cargo de la tarea a realizar para buscar la solución. En este momento el/la docente orienta evitando dar indicaciones de cómo resolver el problema; esto no significa que esté en silencio, sino que no interviene en relación con el conocimiento. Podrá decir por ejemplo:

- *Hay varias maneras de resolver este problema. Podrías fijarte en los problemas que resolvimos ayer, para ver si se te ocurre cómo.*
- *Podes dibujar, hacer un esquema, una representación para después compartir con tus compañeros.*
- *Podes usar algunas de las estrategias que compartimos la semana pasada y que están en la cartelera del aula. Alguna te puede servir para resolver esta situación.*

Estas son algunas formas de retroalimentación cuya finalidad es traspasar a los/as estudiantes la responsabilidad del aprendizaje para que ellos/as asuman el desafío.

Retroalimentación para que los/as estudiantes avancen en la construcción del conocimiento

En los diferentes momentos de la clase el/la docente interactúa para retroalimentar la actividad de los alumnos y alumnas. Partimos de una enseñanza de matemática que se sustenta en el problema como motor del aprendizaje y considera al error como medio para aprender y avanzar.

¿Por qué resolver problemas? ¿Qué entendemos por problema?

Resulta interesante detenernos aquí en la diferenciación entre ejercicio y problema que hacen Picaroni y Loureiro (2010): “Ejercicio es toda propuesta que apela a la aplicación de procedimientos conocidos por el sujeto que debe resolverlos. Problema es toda situación que involucra conocimientos de uno o más campos, que plantea interrogantes, que admite más de una perspectiva de análisis y que no ha sido resuelta anteriormente por el sujeto”.

Pensando en la enseñanza de la matemática, esta distinción no es absoluta. No existen ejercicios y problemas en forma independiente de las personas que deben resolverlos, lo que es un ejercicio para unas puede ser un problema para otras.

Por ejemplo, a la pregunta “¿cuántos lápices le corresponden a cada uno de los 16 alumnos/as del grupo, si reparto en partes iguales los 240 de una caja?”, algunos responderán 15 en forma inmediata, aplicando la división $240:16$, exitosamente y otros/as tardarán cierto tiempo, pues deberán buscar entre los conocimientos que disponen, una estrategia adecuada para resolver algo a lo que nunca se habían visto enfrentados”. ¿Cómo mejorar la evaluación en el aula? Ravela, P., Picaroni, B. y Loureiro, G (2017) p 67-68.

Cuando el/la docente selecciona una serie de situaciones problemáticas que plantean un desafío, tiene como propósito que sus estudiantes interactúen con sus conocimientos previos y encuentren distintas maneras de resolución. Durante el proceso de ir resolviendo problemas, aparecen oportunidades para ofrecer retroalimentaciones que favorezcan la construcción del conocimiento por parte de los/as estudiantes. Veamos algunos ejemplos:

La clase comienza con la resolución individual del problema que se presenta en los ejemplos. Luego el/la docente propone que se reúnan en grupos de tres o cuatro integrantes para compartir y discutir sobre sus respuestas y explicaciones. En esta instancia se dedica a observar y registrar los comentarios y aportes que surgen, con la finalidad de recoger evidencias que lo ayuden a pensar retroalimentaciones formativas.

Posteriormente comienza a dialogar con sus estudiantes, ofreciéndoles retroalimentación para que reflexionen sobre sus errores y puedan rectificarlos, o para continuar pensando en nuevas estrategias, en este caso explicaciones relacionadas con sus respuestas (figura 1).

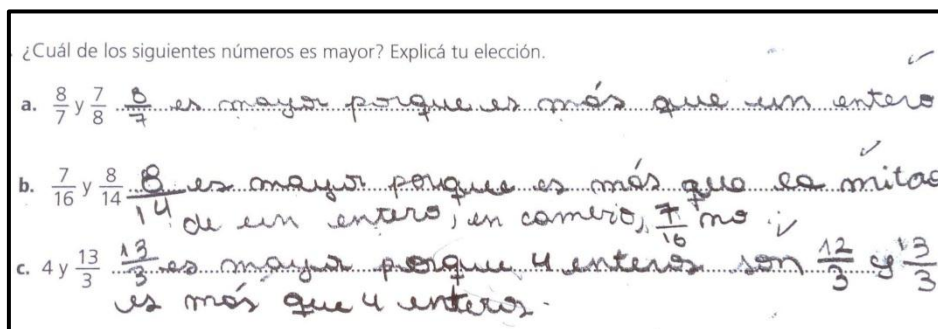


Figura 1: Análisis de explicaciones. Fuente propia

A partir de esta resolución, el/la docente puede hacer un comentario de valoración, como por ejemplo: *Explicaste de manera clara y precisa el porqué de tus respuestas. ¡Muy buen trabajo!*

En el siguiente ejemplo (figura 2), se responde correctamente en los puntos a y b, pero sus explicaciones no están completas. En el punto c, señala como mayor a $13/13$, en lugar de $13/3$.

Una forma de retroalimentación para esta situación es formular preguntas abiertas que lo orienten a revisar su producción.

- ¿Cómo podrías completar las explicaciones de los puntos a y b?
- En el punto c, ¿por qué en tu respuesta hacés referencia a la fracción $13/13$? ¿A qué número entero es equivalente $13/13$?
- ¿Cuáles de los problemas que hemos resuelto anteriormente, podrían ayudarte a reflexionar sobre cómo explicar cada uno de dichos puntos?

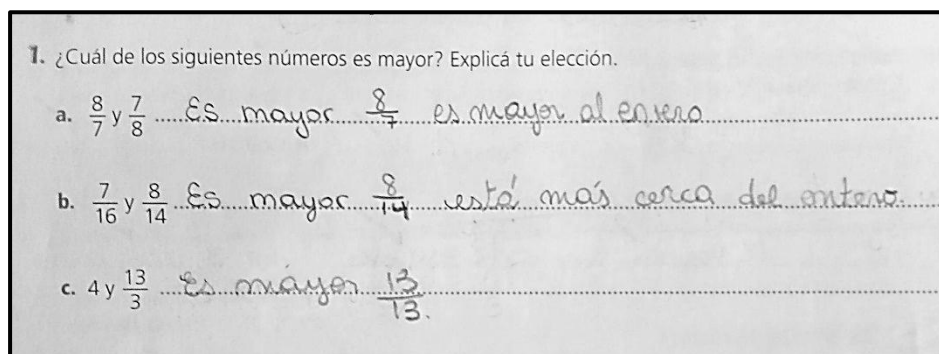


Figura 2: Análisis de explicaciones. Fuente propia

Si la hipótesis del docente es que la fracción $13/13$ es un error de distracción (Camilloni, 1994), el diálogo con el alumno permitirá dilucidar esta cuestión.

“Ofrecer retroalimentación a los alumnos implica generar, ante todo, las condiciones para que los mensajes sean eficaces, y los diálogos posibles. Para esto, el docente tiene que construir un vínculo de confianza con los estudiantes, una comunicación fluida y un intercambio de ideas, reflexiones, preguntas y dudas”. Anijovich y González (2011) (p.36)

¿Qué hacer frente a los errores matemáticos?

Es fundamental que tanto los/as docentes como los/as estudiantes consideren al error como una oportunidad para aprender. Por supuesto, este enfoque se aleja de la concepción tradicional y simplista que suele tenerse del mismo. En este sentido podemos preguntarnos: “Señalar el error, ¿para qué?”

A partir de la identificación de un error, puede iniciarse entre el/la docente y los/as estudiantes un diálogo de retroalimentación que desencadenará en un proceso de

reflexión metacognitiva muy enriquecedora. Según expresa Gastón Bachelard (1985): “No hay verdad sin error rectificado”.

Como un ejemplo de esta afirmación, analizaremos algunas situaciones problemáticas:

La primera: “Sin hacer la cuenta, indicá si la siguiente información es correcta: $0,89 \times 36,25$ da un resultado mayor que $36,25$. Explicá cómo lo pensaste.”

La respuesta y posterior explicación de un alumno fue la siguiente: “Esta afirmación es correcta porque como a $0,89$ le faltan $0,11$ centésimos para llegar a 1 entero, al multiplicar $36,25 \times 100$ y luego le resto 11 centésimos porque $100 - 89 = 11$, da como resultado un número mayor que $36,25$ ”.

El estudiante responde que la afirmación es correcta. Consideramos que el error se produce debido a un conocimiento previo poco consolidado, ya que no ha tenido en cuenta que al multiplicar un número por otro menor que el entero, el producto va a ser menor que $36,25$.

Esta respuesta muestra la necesidad de volver a trabajar el valor posicional y la multiplicación de decimales que en este campo numérico (rationales), tiene un sentido diferente a la multiplicación de los números naturales. Algunas preguntas orientadoras podrían ser:

- ¿Por qué te referís a 1 entero y luego en la multiplicación y la resta utilizás el número 100 ?
- ¿Por qué multiplicaste $36,25 \times 100$? ¿Cuál es el resultado?
- ¿Cuál es el producto de $36,25 \times 1$? Por lo tanto, ¿cuál es el resultado de $0,89 \times 36,25$? ¿Será mayor o menor que el resultado de multiplicar por 1 ? Podés utilizar la calculadora.

El/la docente puede proponer que el estudiante realice multiplicaciones con otros números menores que 1 para afianzar ese conocimiento que tenía poco consolidado.

Segunda situación: ¿Es cierto que el triple de $9/10$ es $27/30$? ¿Por qué?

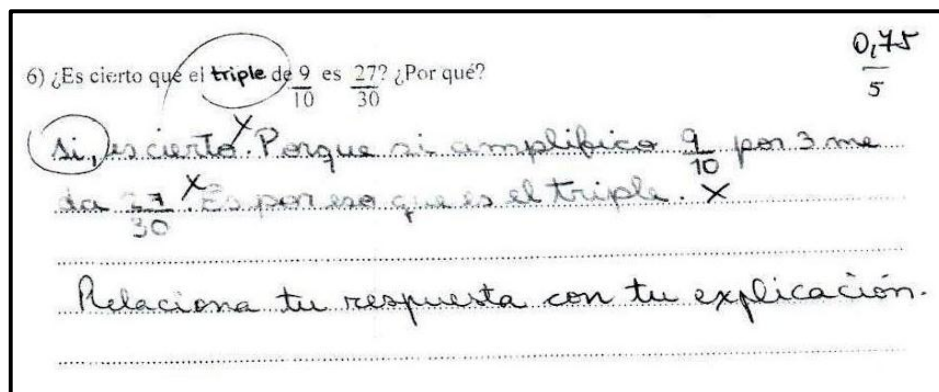


Figura 3: Análisis de explicaciones. Fuente propia

La alumna responde que: “Sí, es cierto”. Amplifica $9/10$ multiplicando por 3 ; encuentra una fracción equivalente y cree que es el triple. La respuesta correcta sería que no es cierto, porque las fracciones $9/10$ y $27/30$ son equivalentes. Su error proviene de confundir el concepto de fracciones equivalentes con la multiplicación de una fracción por un número entero (en este caso el cálculo del triple de la fracción).

El/la docente le señala los errores y le pide que relacione la respuesta con su explicación. Podrá también guiar a la alumna para que pueda explicitar sus ideas. El objetivo es que reflexione, volviendo a analizar su elección y de este modo pueda tomar conciencia de su error y reestructurar su conocimiento.

Retroalimentación para discutir/dialogar/ intercambiar estrategias con otros

¿Por qué explicar y “Por qué comunicar”?

Cuando los/as estudiantes comunican sus ideas, aprenden a responder en forma completa y a formular preguntas, y esto contribuye a clarificar, refinar y consolidar su pensamiento. Este trabajo se va dando en distintos momentos de la clase, durante el trabajo grupal y en las puestas en común.

Al mismo tiempo, estas instancias de comunicación proveen al/a la docente de evidencias de comprensión de los procesos de pensamiento de sus estudiantes; de este modo, el/la docente podrá ofrecer retroalimentación en el momento oportuno, brindando orientaciones que le permitan a los/as estudiantes validar, corregir, confirmar o cuestionar su propia producción y/o la de sus pares.

Analicemos lo que surge a partir del siguiente problema: *“Si estoy en el número 389 y doy saltos para atrás de 6 en 6, ¿qué número toco antes del 0?”*

Los/as estudiantes podrán realizar diferentes procedimientos, entre ellos restar 6 reiteradamente hasta llegar al número 5, o restar múltiplos de 6 que tengan disponibles, de a 30 o 60 para avanzar más rápido y continuar restando de a 6 hasta llegar al mismo número.

Otros/as alumnos/as podrán utilizar la recta numérica como referencia representando con arcos los pasos, hasta llegar al número 5. Y habrá quienes hagan la división $389 / 6$ y lean en el resto la respuesta al problema. Éste último procedimiento es la solución más efectiva, más económica, es el conocimiento que se espera que los/as alumnos/as aprendan.

Como forma de retroalimentar el proceso de aprendizaje el/la docente puede intervenir proponiendo discutir las diferentes estrategias producidas por los/as estudiantes. Podrá preguntar si los procedimientos son equivalentes, dónde se lee el resultado en cada uno de ellos y cuál es el modo más seguro, eficiente y rápido de llegar al resultado.

Durante la discusión los/as alumnos/as aprenden a argumentar y fundamentar la estrategia propia frente a la de sus compañeros/as, pueden comprender un procedimiento producido por otro y adoptarlo por considerarlo más apropiado o evolucionado que el propio.

Las intervenciones del docente en este momento retroalimentan las interacciones entre estudiantes, que se constituyen en herramientas para ampliar, afianzar y completar el conocimiento sobre la división de números naturales.

¿Cómo retroalimentar en las clases de matemática?

Algunos modos posibles de retroalimentar son: plantear preguntas, describir el trabajo de los/as estudiantes, valorar los avances y logros, proponer sugerencias y ofrecer andamiajes.

A continuación compartimos algunos ejemplos:

- **Plantear preguntas** con el propósito de que el/la estudiante revise su producción o desempeño y se tome un tiempo para revisar y reflexionar sobre la tarea realizada. Se trata de desarrollar habilidades metacognitivas, para despertar la conciencia sobre cómo aprende, cuáles son sus fortalezas y debilidades como estudiante y qué estrategias utiliza para aprender.

Tipo de preguntas:

-Para analizar la tarea realizada de modo general: *¿Qué te resultó más difícil de resolver? ¿Por qué?*

-Para ayudar al estudiante a avanzar: *¿De qué manera podrías resolver este problema, sin usar material concreto?*

-Para revisar su trabajo y encontrar inconsistencias: En ocasiones, este tipo de preguntas dan el puntapié para que el alumno o la alumna detecte, en forma autónoma, en qué se equivocó y arribe a la resolución correcta (figura 4).

Sandra quiere hacer un mantel con tres franjas, para su cocina. Si tiene telas de color blanco, rosa, celeste y gris, ¿cuántas combinaciones puede hacer?

Bien pensada la estrategia.

$$\underbrace{4 \times 4 \times 4}_{4^3} = 64 \text{ combinaciones.}$$

Respuesta: Puede hacer 64 combinaciones.

¿Puede haber 3 franjas del mismo color? ¿Serán franjas?

¿Cuántos rectángulos es posible dibujar, que tengan área de 14 cm²? ¿Cuál es la medida de sus lados?

• Es posible dibujar infinitos rectángulos que tengan área de 14 cm², por ejemplo:
 7 cm • 2 cm = 14 cm² / 3 cm • 2,33 cm = 14 cm² / 4 cm • 3,5 cm = 14 cm² / etc...

¿Hay infinitos?
 ¿Todos pueden dibujarse?

Figura 4: Revisión de las respuestas. Fuente propia

-Para complejizar/profundizar: *Hallaste varias fracciones con denominador 3 y 6, entre 2/3 y 5/3, ¿cuántas fracciones con denominador 12 podrías encontrar? ¿Y con denominador 5?*

-Para explicar el procedimiento realizado: *¿Cómo podrías explicarle a un compañero cómo hallaste el valor de los ángulos interiores de este triángulo rectángulo?*

• **Describir el trabajo de los/las estudiantes**, casi como un “devolver en espejo” lo que el/la estudiante hizo. Incluir este tipo de retroalimentación tiene la intención de articular las evidencias de aprendizaje y los criterios de evaluación, con los objetivos o expectativas de logro.

Ejemplo: *“Observo que definiste correctamente el planteo del problema. Resolviste muy bien tus cálculos utilizando fórmulas. Explicas con muchos detalles el modo en que lo resolviste. ¡Muy bueno tu trabajo!”*

• **Valorar los avances y logros** con el propósito de identificar los avances con relación a los desempeños y producciones anteriores, vinculando los comentarios con los objetivos de aprendizaje para que los/as estudiantes reconozcan en qué medida y cómo los están logrando. Este modo de retroalimentar resulta significativo para alentar a los alumnos y alumnas a continuar involucrándose en sus aprendizajes.

Ejemplos:

“Me doy cuenta que has podido resolver el problema en forma autónoma, tal como te lo has propuesto.”

“Valoro que hayas recurrido a aquello que ya sabías acerca de las unidades de medida para resolver este problema.”

“Felicitaciones por el avance en la claridad de tus explicaciones al compartir con tus compañeros cómo resolviste este problema.”

• **Proponer sugerencias** concretas y específicas que contribuyan con la evolución de los aprendizajes reduciendo la brecha entre el estado inicial y los objetivos de aprendizaje.

Ejemplo: *Cuando termines de resolver un problema, volvé a la situación, el desafío o la pregunta planteada. ¿Suena razonable el resultado al que has arribado?*

• **Ofrecer andamiaje** (Bruner), es decir, pistas, ayuda o acompañamiento para transitar del estado inicial de aprendizaje al logro de éste. Ejemplos:

Ofrecer pistas: *Para resolver ese cálculo, te propongo pensar: si $4 \times 1 = 4$; $4 \times 10 = 40$; $4 \times 100 = 400$, ¿cuánto será 4×1.000 ? ¿Y 4×10.000 ?*

Brindar ejemplos: *Para encontrar divisores de 6, pienso en multiplicaciones que me den 6; los factores que multiplico son los números que estoy buscando. ¿Cómo harías para encontrar los divisores de 24?*

Proponer un procedimiento: *Podés ubicar las fracciones en la recta numérica para comprobar si están bien ordenadas de menor a mayor.*

Sugerir la utilización de un recurso: *Podés utilizar la banda numérica o la tabla de números para resolver este problema.*

Cabe aclarar que cualquiera de estos modos de retroalimentar podrían utilizarse en los diferentes momentos o situaciones detalladas anteriormente.

Reflexiones finales

Como mencionamos al inicio, la retroalimentación en el marco de la evaluación formativa tiene el propósito de contribuir a mejorar los aprendizajes de los/as estudiantes y de los/as docentes en tanto enseñantes.

Para que la retroalimentación contribuya a hacer evolucionar el aprendizaje en las clases de matemática, tiene que constituirse en una práctica cotidiana. Cuando los/las docentes ofrecen información sobre qué y cómo están aprendiendo sus estudiantes, acercan ejemplos, criterios y referencias para que puedan autoevaluarse. De esta manera están contribuyendo a desarrollar habilidades de metacognición que permiten a sus alumnos y alumnas pensar acerca de su propio pensamiento, identificar y explicitar las estrategias que ponen en juego. Esto promueve el desarrollo de la autonomía necesaria para que puedan ir autorregulando su aprendizaje en forma progresiva.

Si este proceso se realiza de manera sistemática, en un clima de confianza, cuidado y respeto, los/as estudiantes comprenderán que del error también se aprende, cuando existe la oportunidad y el compromiso de volver sobre él para aprender.

De acuerdo con Wiggins (1998), una retroalimentación adecuada tiene las siguientes características:

- Es frecuente y continua, se produce durante (en simultáneo con) el desarrollo de las actividades de evaluación, no solamente al final o después de las mismas.
- Se comunica principalmente mediante un lenguaje descriptivo.
- Brinda al/a la estudiante evidencias concretas sobre su trabajo, que le permiten confirmar o no la pertinencia del mismo. El/la alumno/a puede comparar lo que hizo con lo que se esperaba.
- Ofrece ejemplos o modelos de tareas similares que satisfacen los criterios de calidad que debe alcanzar la misma, para que el/la propio/a estudiante saque

conclusiones sobre el grado en que su desempeño ha alcanzado los aprendizajes esperados.

- Se describen diferentes niveles de logro en el desempeño de la tarea.
- Permite que el/la estudiante se forme una imagen apropiada del desempeño que ha logrado, basada en criterios específicos.
- Incluye la posibilidad de que los/as estudiantes realicen autoevaluaciones y ajustes.

Las ideas expresadas en este artículo **podrán constituirse en herramientas que ayuden** a los/as docentes a *volver la mirada sobre sus prácticas de enseñanza, de evaluación y de retroalimentación* con el propósito de promover la consolidación del aprendizaje de la matemática de todos/as los/as estudiantes.

Bibliografía

- Anijovich R., González C. (2011). *Evaluar para aprender: Conceptos e instrumentos*. Buenos Aires Argentina: Aique Grupo Editor.
- Brousseau, G. (2007) *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Etchemendy, M. y Zilberman, G. Hablar y escribir en la clase de Matemática: interacciones entre alumnos y maestros, en Broitman, C. (Comp.). (2013). *Matemáticas en la escuela primaria (II). Saberes y conocimientos de niños y docentes*. Buenos Aires: Paidós.
- Ravela P., Picaroni B., Loureiro G., (2017). *¿Cómo mejorar la evaluación en el aula?: Reflexiones y propuestas de trabajo para docentes*. Centro 06020 Ciudad de México: Grupo Magro Editores (p.67-68).
- Sadovsky, P. y Tarasow, P. Transformar ideas con ideas. El espacio de discusión en la clase de Matemática, en Broitman, C. (Comp.). (2013). *Matemáticas en la escuela primaria (II). Saberes y conocimientos de niños y docentes*. Buenos Aires: Paidós.
- Wiggins (1998) en Ravela P., Picaroni B., Loureiro G., (2017). *¿Cómo mejorar la evaluación en el aula?: Reflexiones y propuestas de trabajo para docentes*. Centro 06020 Ciudad de México: Grupo Magro Editores

¿Por qué Ana Isabel Iglesias nos invita a leer este libro?

-Porque es un texto pensado y escrito para docentes y estudiantes de profesorado que, al igual que la autora, se preocupan y preguntan: ¿Por qué los estudiantes en la escuela media no comprenden Física? ¿Cómo es la vida en las aulas y en las escuelas donde los estudiantes dicen que comprenden Física? ¿Cómo es la idiosincrasia profesional, el estilo de enseñanza y las prácticas de los profesores que si logran que los chicos comprendan Física?

-Porque, argumentando la existencia de una estrecha relación entre formar al ciudadano actual, distribuir escolarmente el conocimiento científico y lograr el inicio de su comprensión en las clases de Física de la escuela media, este libro narra, analiza e interpreta situaciones de enseñanza que muestran alternativas para encarar interrogantes como los planteados desde los significados construidos por profesores, estudiantes y didactas.

-Porque es una obra reelaborada a partir de una minuciosa investigación naturalista realizada en un colegio público y gratuito de la ciudad de Buenos Aires que, partiendo de la observación y la reflexión sobre la enseñanza de temas complejos, considera la intervención didáctica y el desarrollo profesional del docente de Física en el definido contexto institucional de las prácticas de enseñanza.

-Porque la interpretación de resultados de la investigación mencionada indica que la intervención de los profesores participantes estuvo más encauzada a generar **comprensión** que a desarrollar ciertos aprendizajes habituales en Física, dado que las clases se encaminaron a:

- Respetar y estimular los intereses y las motivaciones de los estudiantes.
- Conectar los conocimientos nuevos (cuánticos) con los previos (clásicos).
- Vincular los nuevos conocimientos con experiencias y esquemas conocidos mediante casos y ejemplos experimentales y técnicos específicos.
- Ampliar las situaciones de enseñanza relacionando temas intraescolares con contextos extraescolares y extradisciplinarios,
- Utilizar múltiples formas comunicacionales realistas y ficticias dando prevalencia a los modos conceptuales y gráficos sobre los simbólicos..
- Transferir a los estudiantes las fuentes y canales informativos, los modos cognitivos, metacognitivos y emocionales involucrados en la enseñanza del contenido físico.
- Generar climas de trabajo colaborativo, respetuoso y de confianza mutua para lograr cierta reconstrucción compartida de las representaciones conceptuales individuales.
- Relativizar la resolución de problemas de “lápiz y papel” y de “ejercicios de aplicación”, dando prevalencia a desplegar la capacidad para identificar nuevos problemas y para formular buenas preguntas científicas.
- Evaluar los significados que van construyendo los estudiantes, discutirlos con otros colegas e ir ajustando los dispositivos didácticos en función de profundizar la comprensión.





¿Por qué Stella Maris Muñoz de Britos nos invita a leer su libro?

La obra es una convocatoria a un “encuentro-lectura”, un llamado a compartir las reflexiones de un equipo de trabajo conformado por múltiples actores de la universidad y de las escuelas secundarias del territorio de San Martín, provincia de Buenos Aires. Desde el denominado Proyecto UNES (acepciones de la denominación: a. universidad-escuelas secundarias- b. unes de unir) la obra se propone dar cuenta de un proceso de reflexión sobre la marcha centrada en el campo de ciencias y tecnologías con eje en la producción cooperativa y compartida entre los equipos de diversas áreas de la universidad y docentes y alumnos/as de escuelas secundarias del partido.

¿Qué encontrarán lectores y lectoras en la obra?

Encontrarán una forma posible de trabajo interinstitucional e inter-niveles a partir de la construcción de una **red** de múltiples actores que permita capitalizar diversidad de saberes y experiencias en torno a las instituciones, a la idea de territorialidad compartida, desde una “geografía de proximidad” educativa y a la posibilidad de una práctica conjunta que articule un punto de partida común: el diagnóstico y la planificación cooperativa de acciones para la mejora educativa.

Encontrarán también múltiples estrategias en torno a la idea de **punto** para la mejora educativa. El concepto de “alfabetización integral” como un aglutinador de las experiencias y conocimientos de los alumnos que finalizan la educación media. Esa alfabetización opera como enlace, como puente, para la educación superior.

Sostenido en la idea de “**puentes pedagógicos**”, lectores y lectoras, podrán participar también de la rica experiencia del aula matemática en la que la metáfora cobra visibilidad en la redefinición de la idea de puente, su estructura, sentido y uso, atravesado por la utilización de las TIC, un contexto creativo y original que potencia y fortalece al docente de la escuela media.

En un abanico de prácticas posibles, se podrán recorrer actividades que reúnen múltiples saberes y proponen diversidad de estrategias didácticas tales como: la alfabetización informacional atravesando el curriculum y la matemática desde un planteo desafiante y dinámico que supera ampliamente la tradicional resolución de problemas para instalarla como práctica enriquecida por las nuevas tecnologías (ya no tan nuevas) y del uso de software como GegoGebra para alentar cambios y dinamizar los encuentros educativos.

Se podrán compartir también reflexiones que muestran “reflejos y polifonías de la trama pedagógica” de la propuesta así como la mirada antropológica que recorre la obligatoriedad y la oportunidad así como la experiencia transformadora del **vínculo entre la escuela secundaria y la universidad**.

Lectores y lectoras, no encontrarán “recetas” ni modelos a repetir, si hallarán, en cambio, formas de trabajo pedagógico-didáctico que habilitaron y fortalecieron el diseño de redes y la creación de puentes y vínculos renovados desde la práctica cooperativa entre instituciones.

Título: Prácticas matemáticas y tipos de razonamientos con SGD para la congruencia de triángulos: un estudio de caso desde la génesis instrumental

Autor: Carlos Roberto Pérez Medina

Tesis Doctoral

Director: Dr. José Agustín Villella

Co-directora: Marta Anadón Ph.D.

Carrera: Doctorado en Ciencias de la Educación, Facultad de Filosofía y Humanidades, Universidad Nacional de Córdoba

Fecha de defensa oral: junio 2019

La investigación se propuso analizar la actividad de uso que estudiantes de secundaria realizan del AGD GeoGebra en el aula de matemáticas, cuando resuelven problemas abiertos sobre congruencia de triángulos como transformación geométrica. El objetivo de identificar, describir y clasificar las prácticas matemáticas y los tipos de razonamiento que desarrollan los estudiantes para realizar esas prácticas.

Construimos un marco conceptual a partir de la Génesis Instrumental de Rabardel como el marco teórico general y definimos los conceptos de práctica matemática con SGD y razonamiento geométrico con SGD, en un tejido de relaciones teóricas que los vinculan desde una perspectiva didáctica. Definimos práctica matemática con SGD en el sentido de un repertorio de acciones deliberadas recurrentes en tres niveles dentro de los que se distinguen varios tipos: técnicamente pura (como por ejemplo, arrastrar, medir y trazar), analítica (como por ejemplo, conjeturar y argumentar) y técnico analítica (combinación de los dos niveles anteriores). Definimos razonamiento geométrico con SGD en el sentido de un proceso cognitivo de tres tipos: inductivo, deductivo y abductivo.

Nuestro estudio se orientó metodológicamente desde una perspectiva cualitativa adoptando la modalidad de estudio de casos múltiples, esencialmente descriptivo. El trabajo de campo se desarrolló en un curso de 3^{er} año de una escuela secundaria pública de orientación técnica ubicada en el ámbito urbano de una localidad del interior, con 19 alumnos (14-15 años), cada uno con una netbook que tenía GeoGebra en su versión 3.2. Se eligieron tres casos de acuerdo a la habilidad para comunicar oralmente el trabajo matemático y el desempeño académico en la clase de matemáticas (alto, medio y bajo). La información se recolectó en el aula a través de la observación no participante del investigador, el diario de campo que él elaboró, grabaciones en video de la pantalla de los estudiantes y en audio de lo que decían durante el proceso de resolución del problema, las afirmaciones orales y escritas de los estudiantes sobre las acciones que llevaron a cabo para la resolución del problema, los protocolos de construcción que escribían los estudiantes y los archivos GeoGebra que generaron en la resolución. Después de la sesión de clase se recogió más información a través de una entrevista de explicitación a cada caso. El problema asignado a los estudiantes estaba presentado en un archivo GeoGebra, y consistía en determinar si los triángulos de una figura dada eran congruentes según la definición de congruencia de triángulos que había sido dada en clase.

Los resultados muestran que uno de los casos con nivel medio de desempeño académico desarrolló las prácticas de nivel 1 medir, ocultar/exponer y transferencia de medidas, de nivel 2 visualizar y su razonamiento fue abductivo; el otro caso del mismo nivel de desempeño desarrolló las prácticas de nivel 1 arrastrar, medir y trazar, de nivel 2 explorar y visualizar y su razonamiento fue deductivo e inductivo; y para el caso con nivel alto de desempeño las prácticas de nivel 1 fueron arrastrar, medir, ocultar/exponer, trazar y zoom, de nivel 2 visualizar y sistematizar información y su razonamiento fue abductivo, inductivo y deductivo. Se encontraron acciones susceptibles de ser práctica de nivel 2 conformadas por dos o más acciones analíticas, por lo que podríamos estar hablando de una práctica matemática compuesta. De manera similar se encontró para el nivel 3 acciones conformadas por más de una acción de cada tipo, técnica y analítica. Tales tipos de acciones evidencian que las acciones instrumentadas también son medios para provocar acciones cognitivas y por tanto posibles prácticas matemáticas de nivel superior. Podemos afirmar que La riqueza del repertorio de prácticas matemáticas con SGD está relacionada con el nivel de experticia y la creatividad con los que el estudiante maneja el software, las herramientas disponibles según la configuración del software y el nivel de desafío que la tarea propuesta impone al estudiante. Respecto del tipo de razonamiento con SGD, encontramos que no es único para todo el proceso de resolución, pueden coexistir dos o tres tipos de razonamiento en un mismo alumno. La determinación del mismo está dada por las decisiones que toma el estudiante, las acciones que realiza durante el desarrollo del proceso y las respuestas que le da el software: cuando el alumno asume cierta la conclusión a la que la tarea pide arribar, razona de un modo abductivo; cuando recurre a la búsqueda de algún elemento de la teoría y lo usa luego para tomar decisiones respecto de cómo seguir, razona de un modo deductivo; y cuando hace distintas pruebas en la búsqueda de alguna configuración particular de la construcción, razona de forma inductiva.

La tesis puede leerse en forma completa en: <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.26217.62569>

Enfoque y alcance de EN CLAVE DIDÁCTICA

El Centro de Estudios en Didácticas Específicas (CEDE) asociado al Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas (LICH), unidad de doble dependencia de la Escuela de Humanidades de la Universidad Nacional de San Martín (UNSAM) y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) de Buenos Aires, Argentina, se ha propuesto poner en circulación esta revista para que, docentes e investigadores encuentren en sus páginas: ideas, investigaciones y propuestas para el trabajo en las didácticas de las distintas disciplinas que se estudian en los diferentes niveles educativos.

La revista se pretende como una publicación de investigación y experiencias didácticas; se propone como un espacio plural destinado a compartir propuestas didácticas; comunicar resultados de investigación; publicar resúmenes de tesis didácticas y reseñas bibliográficas que tengan como eje temas referidos a las didácticas específicas.

EN CLAVE DIDÁCTICA está destinada a un público variado: docentes de los distintos niveles educativos, formadoras y formadores de docentes; investigadores en didáctica que encontrarán en sus páginas: ideas para replicar en sus aulas, tomando en consideración sus análisis didácticos y ponderando su viabilidad en las aulas a las que van dirigidas; resultados de investigaciones en didáctica; resúmenes de tesis didácticas; reseñas bibliográficas; noticias sobre el campo de las didácticas general y específica. Por ser una publicación en soporte digital, estará abierta al intercambio y comunicación de experiencias en países de habla hispana.

Criterio para asignar sección

Las secciones que componen la revista contendrán artículos y producciones que se referirán, en cada caso a:

- a- Editorial: escrita por el Equipo Editorial o quién éste invite a hacerlo, en la que se expondrá el tema central del número que prologa y una reflexión acerca del eje elegido.
- b- Investigaciones Didácticas: organizadas como informes de investigaciones realizadas o en marcha que cumplan los requisitos básicos de la escritura académica. Se tomará especial atención que **EN CLAVE DIDÁCTICA** es una revista destinada a un público mixto, por lo que su redacción deberá contemplar esta cualidad de las y los potenciales lectores.
- c- Experiencias Didácticas: relatadas por sus autoras y autores en términos de sucesos de aula acompañados de reflexiones didácticas. Se espera que el material de cuenta de situaciones de aula en las que se llevaron a cabo los sucesos relatados, que se acompañe extractos de trabajos y/o participaciones de estudiantes, fotos de trabajos realizados, etc. En todos los casos, estas experiencias contendrán un análisis didáctico que dé cuenta de las decisiones profesionales tomadas por las y los docentes que las implementaron.

- d- Reseñas bibliográficas: escritas con el fin de compartir resultados de la curaduría de la web, de la lectura de libros y/o revistas que a criterio del Equipo Editorial puedan circular entre sus lectoras y lectores.
- e- Tesis Didácticas: que sus autoras y autores quieran compartir a través de sus resúmenes como una forma de publicar sus aportes al campo de las didácticas que trabaja la revista.

Evaluación de materiales

La evaluación será por pares y por el método de doble ciego. En una primera fase, el Equipo Editorial efectuará una revisión general del trabajo, pudiendo rechazar directamente, sin pasar a evaluación externa, aquellos trabajos cuya calidad sea ostensiblemente baja o que no se adecúen a secciones temáticas de la revista. Para esta primera revisión, el Equipo Editorial podrá requerir la asistencia del Consejo Asesor. Las propuestas que superen este primer paso, serán enviadas a dos evaluadores externos a la revista (especialistas en la materia o línea de investigación de que se trate). En caso de que las evaluaciones sean discrepantes, o de que por cualquier otro motivo lo considere necesario, el Equipo Editorial podrá enviar el texto a un tercer evaluador. A la vista de los informes de las y los evaluadores, el Equipo Editorial podrá tomar una de las siguientes decisiones, que será comunicada a los autores:

- Aceptar (como está o con ligeras modificaciones).
- Publicable con las modificaciones que se les hará llegar.
- No publicable.

La decisión es inapelable. Mientras el trabajo está en evaluación, no podrá ser enviado a ninguna otra publicación para su consideración. La o los autores del trabajo se hacen cargo de la autoría intelectual del material remitido con su nombre y, por ende, de todo tipo de acción legal que su publicación pudiese demandar de considerarse que el mismo no cumple con las condiciones legales de propiedad intelectual vigente.

Frecuencia de publicación

EN CLAVE DIDÁCTICA se publicará digitalmente, dos (2) veces al año, en los meses de mayo y noviembre.

Instrucciones para las autoras y los autores

Normas para la presentación de originales:

- 1- Los artículos se remitirán por correo electrónico a enclavedidactica@unsam.edu.ar indicando en el asunto del mismo que el adjunto está destinado a **EN CLAVE DIDÁCTICA**. En el cuerpo del correo deberá figurar el nombre completo de los autores, la dirección electrónica de cada uno de ellos, su lugar de trabajo.
- 2- Los artículos tendrán una extensión máxima de 45000 caracteres, incluidas las tablas, las figuras y los anexos.
- 3- Junto con el artículo se remitirá un resumen (máximo 10 líneas), una traducción del mismo en inglés, cinco palabras clave (en castellano y en inglés) y el título del artículo en inglés.
- 4- Se recomienda confeccionar los originales con procesador Word para Windows.

- 5- Los esquemas, dibujos, gráficas e imágenes serán guardadas en JPEG y se adjuntarán en carpeta aparte del documento del texto. En el texto deberán aparecer claramente identificadas para que se sepa el lugar exacto en el que deberán aparecer. Incorporar esas imágenes también en el texto con la aclaración de lo que se está visualizando y la fuente de las mismas (elaboración propia, adaptación o recorte de otro original)
- 6- Todas las citas bibliográficas se escribirán al final del artículo, siguiendo el formato APA en su versión más reciente en español para lo cual se recomienda consultar la guía rápida online creada por la BC UNSAM:
<https://es.calameo.com/read/0048847466271d44eb426>
http://www.unsam.edu.ar/biblioteca_central/ayudas-para-escribir.asp
- 7- Los resúmenes de las tesis didácticas se remitirán por correo electrónico a la misma dirección (enclavedidactica@unsam.edu.ar) indicando en el asunto del mismo que el adjunto se corresponde con el resumen de una tesis. En el cuerpo del correo se deberán consignar los siguientes datos: título, autora o autor, tipo de tesis (de maestría o doctorado) o trabajo final de integración (de especialización o diploma) o tesina de grado, directora o director, departamento, universidad, programa o carrera en la que se la ha presentado, fecha de presentación. La extensión máxima del resumen en el adjunto será de 4500 caracteres.